

Exercice 1.

Soit X une variable aléatoire de densité $f(x) = \frac{1}{4} + \frac{3}{4}x^2$, pour $x \in [-1, 1]$, et nulle en dehors de cet intervalle.

1. Déterminer la densité de la v.a $Y = X^2$.
2. Calculer $E(Y)$.

Exercice 2.

Soient X_1 et X_2 deux v.a. indépendantes de loi $B(n, p)$ et $B(m, p)$ où $p \in (0, 1)$.

Montrer à l'aide des fonctions caractéristiques que $X_1 + X_2$ suit une loi binomiale $B(n + m, p)$.

Exercice 3.

Un couple (X, Y) de v.a réelles admet pour densité :

$f(x, y) = e^{y-x}$ pour $0 \leq y \leq 1$ et $y \leq x$, avec $f(x, y) = 0$ sinon.

1. Déterminer les densités marginales de X et Y
2. Les variables X et Y sont -elles indépendantes ?