Dossier 4 : Taux d'intérêt et taux de change

Exercice 1

Remarques

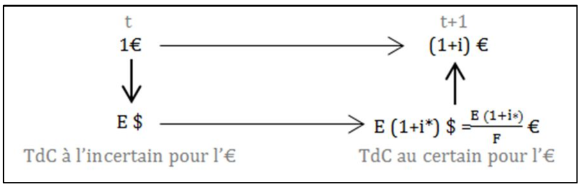
- E : taux de change au certain pour la monnaie nationale
- S : taux de change à l'incertain pour la monnaie nationale
- Si l'on veut voir l'évolution du Yuan par rapport au dollar : il faut regarder le taux de change à l'incertain pour le Yuan
- Toujours écrire une phrase de conclusion : appréciation/dépréciation, nominal/réel, certain/incertain

Rappel de cours

- Le **taux de change** est le prix d'équilibre du marché de change c'est-à-dire le prix de l'offre et de la demande en actifs libellés dans une monnaie.
- L'offre et la demande dépendent du **rendement des actifs**, ce sont les différences de rendement qui créent les fluctuations des demandes relatives de monnaie. C'est pourquoi l'on cherche à relier taux de change et taux d'intérêt. Rappelons que le rendement = taux sans risque et taux avec risque
- Les **hypothèses clés** sont qu'il y a parfaite mobilité des capitaux et négligence des différents risques financiers (risque de crédit, risque de contrepartie, risque de marché) hors risque de change. Ainsi on lie le taux de rendement au taux sans risque soit le taux d'intérêt.

Parité couverte des taux d'intérêts

- PCTI : les rendements sont égaux, $(1+\mathrm{i}) = \frac{\mathrm{E}(1+\mathrm{i}*)}{\mathrm{F}}$ avec F le prix de marché fixé
- En log-linéarisant on obtient donc : i = e + i* -f
- Ici, on ne peut améliorer son rendement qu'en s'exposant au risque de change : on ne va pas faire l'opération à termes aujourd'hui on va la faire au comptant demain (dont le taux de change est anticipé)



Parité non couverte des taux d'intérêts

- PNCTI : $(1+\mathrm{i})^{h} = \frac{\mathrm{E}(1+\mathrm{i}*)^{h}}{E_h^a}$ avec E^a le taux de change au certain pour l'euro anticipé pour demain
- Les agents peuvent anticiper une dépréciation pour anticiper l'appréciation ou inversement
- En log-linéarisant, si h=1, on obtient donc : $\mathrm{e}_{\mathrm{t}} - \mathrm{e}^{\mathrm{a}}_{\mathrm{t,t+1}} = \mathrm{i}_{\mathrm{t}} + \mathrm{i}*_{\mathrm{t}} \Leftrightarrow \mathrm{e}_{\mathrm{t}} = \mathrm{i}_{\mathrm{t}} - \mathrm{i}*_{\mathrm{t}} + \mathrm{e}^{\mathrm{a}}_{\mathrm{t,t+1}}$
- On peut donc anticiper pour n'importe quelle période : $\mathrm{e}_{\mathrm{t+1}} = \mathrm{i}_{\mathrm{t+1}} - \mathrm{i}*_{\mathrm{t+1}} + \mathrm{e}^{\mathrm{a}}_{\mathrm{t+1,t+2}}$
- On peut même anticiper par rapport à l'anticipation : $\mathrm{e}^{\mathrm{a}}_{\mathrm{t,t+1}} = \mathrm{i}_{\mathrm{t,t+1}} - \mathrm{i}*_{\mathrm{t,t+1}} + \mathrm{e}^{\mathrm{a}}_{\mathrm{t,t+2}}$
- Finalement, en remplaçant, on a : $\mathrm{e}_{\mathrm{t}} = \mathrm{i}_{\mathrm{t}} - \mathrm{i}*_{\mathrm{t}} + (\mathrm{i}_{\mathrm{t,t+1}} - \mathrm{i}*_{\mathrm{t,t+1}}) + \mathrm{e}^{\mathrm{a}}_{\mathrm{t,t+2}}$
- Le rendement de demain dépend alors du rendement d'aujourd'hui et du différentiel anticipé de rendement demain et du taux de change anticipé pour demain

Parité non couverte des taux d'intérêts réels

- On log-linéarise le taux de change réel $\mathrm{Q} = \frac{\mathrm{EP}}{\mathrm{P}}*$ et on obtient : $\mathrm{q} = \mathrm{e} + \mathrm{p} - \mathrm{p}*$
- La variation de q peut alors s'écrire : $\Delta\mathrm{q} = \Delta\mathrm{e}^{a} + \Delta\mathrm{p}^{a} - \Delta\mathrm{p}^{a}*$
- Comme nous sommes en PNCTI : $i = e + i* - e^{a} \Rightarrow (i* - i) = -\Delta e^{a}$
- $\Delta\mathrm{q} = (i - i*) + \Delta\mathrm{p}^{a} - \Delta\mathrm{p}^{a}*$

PNCTI : $i = i* - \Delta e^{a}$

$I - \Delta p^{a} = (i* - \Delta p*^{a}) - \Delta e^{a} - \Delta p^{a} - \Delta p^{a} + \Delta p*^{a}$

$R = r* - \Delta q^{a}$ → parité des taux d'intérêt réels

$q^{a} - q \Rightarrow q = q^{a} + r - r*$

$$q_t = q^{a}_{t,t+1} + r_t - r*_t$$

$$q^{a}_{t,t+1} = q_{t,t+2} + r^{a}_{t+1} - r*^{a}_{t+1}$$

$$q_t = q^{a}_{t,t+\infty} + \sum_{k=0}^{\infty} (r^{a}_{t=k} - r*^{a}_{t+k})$$

A la fin du mois de novembre 2009, le taux d'intérêt sur les bons du Trésor français à un an était de 0,75% alors que celui sur les bons du Trésor américain à un an était de 0,3%. Le taux de change bilatéral était de 1,50 dollar pour un euro.

1. A cette date, quelle anticipation de taux de change pour la fin novembre 2010 était cohérente avec la parité non couverte des taux d'intérêt ?

On possède les informations suivantes :
- $i_{€}^{2009} = 0{,}75$ % : taux d'intérêt nominal français en Novembre 2009
- $i_{\$}^{2009} = 0{,}3$ % : taux d'intérêt nominal américain en Novembre 2009
- $E_{€,\$}^{2009} = 1{,}50$: taux de change nominal du dollar par rapport à l'euro au certain pour l'euro
- PNTCI : $(1+0{,}0075) = (1+0{,}003).\frac{E_{€,\$}^{2009}}{E_{€,\$}^{a}} \Rightarrow E_{€,\$}^{a} = E_{€,\$}^{2009}.\frac{(1+0{,}003)}{(1+0{,}0075)}$ = 1,493 **\$ pour 1 €**

Comme le taux de change est au certain pour l'euro, il y a une dépréciation de l'euro. Or pour calculer la dépréciation du taux de change de l'euro il faut prendre le taux de change à l'incertain pour l'euro : $\frac{\frac{1}{Ef}-\frac{1}{Ei}}{\frac{1}{Ei}} = \frac{Ei-Ef}{Ef}$ = 0,46%.

→ Les marchés anticipent une dépréciation de l'euro de 0,46% par rapport au dollar en termes nominaux. Cette dépréciation veut venir compenser le rendement légèrement plus élevé des bons français.

2. A la fin novembre 2010, le taux de change observé était de 1,30 dollar par euro. Ce taux est-il cohérent avec votre calcul de la question 1 ? Comment expliquer une éventuelle différence ?

Le taux observé est cohérent avec le calcul (dans le même sens) mais il est différent. Les explications sont que :

i. Il y a eu de nouvelles informations qui sont intervenues entre les deux dates. Comme les taux directeur n'ont pas bougés entre les deux dates, ces informations ne peuvent venir que de l'évolution comparée des deux économies et des différentiels anticipés de taux d'intérêts pour la période post 2010. La crise de la dette souveraine dans la zone euro s'est intensifiée à partir du printemps 2010

ii. En réalité, la prime de risque est variable. La hausse du risque perçu de l'euro par rapport au dollar a fait déprécier l'euro.

iii. Le problème du : les marchés anticipent en permanence un risque d'effondrement du dollar. Ce risque ne se manifeste pas encore mais il se matérialise dans le taux d'intérêt.

3. Selon l'enquête '*Consensus Forecast*', les économistes de marché anticipaient fin novembre 2009 une inflation de 2% aux Etats-Unis et de 1% en France à l'horizon d'un an. Calculer le taux d'intérêt réel dans les deux zones et la variation anticipée du taux de change réel cohérente avec la parité non couverte des taux d'intérêt. Vous exprimerez le taux de change réel comme le prix relatif du panier de consommation en France par rapport aux Etats-Unis.

D'après la règle de Fisher : r = i - π^{a}. Les taux d'intérêt réels des deux zones en novembre 2009 étaient :
- $r_{€} = i_{FR}^{2009} - \pi_{FR}^{2009} = -0{,}25$ % : taux d'intérêt réel français en Novembre 2009
- $r_{\$} = i_{USA}^{2009} - \pi_{USA}^{2009} = -1{,}7$ % : taux d'intérêt réel américain en Novembre 2009

Par conséquent, la variation anticipée du taux de change réel est :

$$\Delta Q_{€,\$}^{2009-2010} = \frac{Q_{€,\$}^{2010} - Q_{€,\$}^{2009}}{Q_{€,\$}^{2009}} = \frac{Q_{€,\$}^{2010}}{Q_{€,\$}^{2009}} - 1$$

$$\Delta Q_{€,\$}^{2009-2010} = \frac{1+r\$}{1+r€} = \text{-1,45\%}$$

On anticipe une dépréciation en termes réels de l'euro par rapport au dollar de 1,45%.

Début août 2011, le taux de change euro/dollar vaut 1,43 dollars pour un euro. La Réserve fédérale américaine annonce alors son intention de maintenir son taux de refinancement à 0% pendant deux ans. En août 2011, le taux principal de refinancement de la BCE est à 0,75%. En supposant que les marchés anticipent une normalisation des taux américains à 2% en août 2013 et un maintien des taux européens à 0,75% entre août 2011 et août 2012, puis 2% jusqu'à août 2013, décrivez la trajectoire du taux de change nominal euro/dollar entre août 2011 et août 2013.

	Début 2011	Août 2011	2012	2013	Post 2013
i€	0,75%	0,75%	0,75%	2%	0%
i$	0%	0%	0%	2%	0%
E	1,43	1,47	1,46	1,43	1,43

Vous supposerez que les marchés anticipent un taux de change à 1,43 dollars pour un au-delà d'août 2013. Tracez l'évolution de l'écart de taux d'intérêt et du taux de change entre août 2011 et août 2013. Vous exprimerez le taux de change en écart relatif par rapport à son niveau de départ : S = $\log(S/\bar{S})$ avec $\bar{S}$ = 1,43 et raisonnerez à partir de la forme linéarisée de la parité non couverte des taux d'intérêt.

PNCTI : $(i_t - i_t *) = e_t - e^a_{t+1}$

On sait que donc :
1) $(i_{2011} - i_{2012} *) = e^a_{2011} - e^a_{2012} = 0{,}75\%$
2) $(i_{2012} - i_{2013} *) = e^a_{2012} - e^a_{2013} = 2\%$
3) $(i_{2013} - i_{2014} *) = e^a_{2013} - e^a_{2014} = 0\%$
4) $e = \ln(E/\bar{E})$ avec $\bar{E} = 1{,}43$

Méthode 1 :
- D'après l'équation 3 : $e_{2013} = e^a_{2014}$ = 1,43
- D'après l'équation 2 : $e^a_{2012} = 2\% + e^a_{2013} \rightarrow \ln\frac{E^a_{2012}}{\bar{E}} = \ln\frac{E^a_{2013}}{\bar{E}} + \ln e^{2\%} \rightarrow E^a_{2012} \approx E^a_{2013} . e^{2\%} \approx 1{,}46$ \$/€
- D'après l'équation 1 : $e^a_{2011} = e^a_{2012} + 0{,}75\% \rightarrow E^a_{2011} \approx E^a_{2012} . e^{0{,}75\%} \approx 1{,}47$ \$/€

Méthode 2 :
- On somme les 3 équations : $e^a_{2011} - e^a_{2014} = 2{,}75\%$
- On refait le même raisonnement : $\rightarrow E^a_{2011} \approx E^a_{2014} . e^{2{,}75\%} \approx 1{,}47$ \$/€

Exercice 2

On considère une petite économie ouverte en régime de change fixe et de totale liberté des mouvements de capitaux. Les résidents peuvent détenir des actifs. On note :

- **des actifs en monnaie nationale, rémunérés au taux i,**
- **des actifs en dollar, rémunérés au taux i***
- **S le taux de change nominal (valeur de la monnaie nationale en dollar)**
- **s son logarithme**
- **S^a son espérance**
- **$LnE_t(S_{t+1})=s^a_{t,t+1}$ le logarithme de l'espérance de S en t+1 sachant l'information disponible en t**

1. Ecrire la parité non couverte des taux d'intérêt en niveau et sous forme linéarisée à la date t pour un horizon d'une période.

A la date t, la parité non couverte des taux d'intérêt s'exprime en niveau par :

$$(1+\mathrm{i}) \;=\; (1+\mathrm{i}\,*).\frac{S_t}{S_t^a}$$

Pour un horizon d'une période, elle s'exprime par :

$$(1+\mathrm{i})t+1 \;=\; (1+\mathrm{i}\,*)t+1.\frac{S_t}{S_{t,t+1}^a}$$

Sous forme linéarisée, elle s'exprime par :

$$(t+1)\ln(1+\mathrm{i}) = (t+1)\ln(1+\mathrm{i}\,*) \;+\; \ln S_t \;-\; \ln S_{t,t+1}^a \Leftrightarrow \;\boldsymbol{(t+1)\mathrm{i} = (t+1)\mathrm{i}\,* \;+ s_t \;-\; s_{t,t+1}^a}$$

2. **On s'intéresse au cas où le petit pays envisage de dollariser son économie. En cas de dollarisation (probabilité p), le taux de change sera figé en t+1 à sa valeur en t ; sinon (probabilité 1-p), les marchés anticipent une dépréciation de 10% entre t et t+1. Comment se forme le taux d'intérêt (on suppose le taux d'intérêt américain exogène) ? Tracer l'écart de taux d'intérêt en fonction de la probabilité de dollariser. Commenter.**

On a $S_t = S_{t+1}$ avec probabilité p : $(t+1)\mathrm{i} = (t+1) + \mathrm{i}\,* \;+ s_t \;-\; s_t \Leftrightarrow \mathrm{i} = \mathrm{i}\,*$
On a $S_t(1+0{,}1)=S_{t+1}$ avec probabilité (1-p) : $(t+1)\mathrm{i} = (t+1)\mathrm{i}\,* \;+ s_t \;-\; s_t(1-0{,}1) \Leftrightarrow \mathrm{i} = \mathrm{i}\,* \;+ \frac{0{,}1s_t}{t+1}$
Puisque le taux d'intérêt américain est supposé exogène, on a donc : $E(\mathrm{i}) = p.\mathrm{i}\,* + (1-p)\;(\mathrm{i}\,* \;+ \frac{0{,}1s_t}{t+1})$

Le taux d'intérêt national se forme donc en fonction du taux d'intérêt américain d'une part et de la variation du taux de change nominal de la monnaie national et du dollar au certain pour la monnaie nationale.

En cas de dollarisation du dollar, le taux d'intérêt national sera le même que celui américain. Autrement, si les marchés anticipent une dépréciation du dollar la valeur de la monnaie nationale va augmenter, le taux d'intérêt national deviendra donc plus élevé et concurrencera le taux d'intérêt américain.