Autre Méthode

$$x_K = m - (x_1 + x_2 + \dots + x_K)$$

$$U = \frac{\ln(\lambda x_1)}{x} + \dots \frac{\ln(\lambda x_K)}{K} + \frac{1}{K} \ln(\lambda [m - (x_1 + x_2 + \dots + x_K])$$

$$\max_{(x_1 \dots x_K)} \frac{1}{K} \sum_{i=1}^{K} \ln(\lambda x_i)$$

$$\text{sc} \quad m = x_1 + x_2 + \dots x_K$$

TD 3

Exercice 3

a) $Lx_1 (w_H, w_L ; \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ $\quad$ $Lx_2 = (w_M ; 1) \rightarrow$ eq certain

$P(w=400)$ $\quad$ $P(w=200)$

b) $E(L) = \frac{1}{2} \times 400 + \frac{1}{2} \times 200 = 300 > 280$ $\rightarrow$ averse au risque

c) $Lc = (\frac{p}{2}, \frac{p}{2}, 1-p ; 400, 144, 256)$ $\quad$ $P = X_1 =$ soit w_H soit w_L

$P(w=400) \rightarrow U(400) \dots$ $\quad$ $1-p = x_2$

d) $U(x) = \sqrt{x}$ $\quad$ $E(U(x)) = \frac{p}{2} \times \sqrt{400} + \frac{p}{2} \sqrt{144} + (1-p)\sqrt{256}$

p → X_1 → ($\frac{1}{2}$ $w_H = 400$; $\frac{1}{2}$ $w_L = 144$)
$1-p$ → X_2 — $w_M = 256$

$$E(U(x)) = \frac{20p}{2} + \frac{12p}{2} + (1-p)16 = 10p + 6p + 16 - 16p = 16$$

$\sqrt{x} = 16$ $\quad$ $x = 16^2$ $\quad$ $x = 256$ $\quad$ OR $256 = w_M$ $\Rightarrow$ salaire certain

on choisit X_2 car choisit pas X_1 → Averse au risque

où ya de l'incertitude, X_2 est certain, n'aime pas le risque

e) $E[U(x)] = \frac{p}{2} \times 400^2 + \frac{p}{2} \times 144^2 + (1-p) 256^2$

$E[U(x)] = 24\,832p + 65\,536$ $\rightarrow$ croissant en p donc goût pour risque.

$\rightarrow$ on se dirigera vers X_1

Exercice 4 :

a) Si X neutre au risque alors il achete la voiture si :

$E[w + 2000q - p] \geq E[w]$ $\quad$ $p \leq 2000 E[q]$

OR $E(q) = \frac{1}{2} \times 2 + \frac{1}{2} \times 8 = 5$ $\quad$ $p \leq 2000 \times 5 \leq 10\,000$ → prix achat si neutre

b) $U(x) = \ln(x) \Leftrightarrow \frac{1}{2} \ln(w - p + 2000 \times 2) + \frac{1}{2} \ln(w - p + 2000 \times 8) = \ln(w)$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \ln(100\,000 - p + 2000 \times 2) + \frac{1}{2} \ln(100000 - p + 2000 \times 8) = \ln(100\,000)$

$\Leftrightarrow \ln(104\,000 - p) + \ln(116\,000 - p) = 2\ln(100\,000)$

$\ln[(104\,000 - p)(116\,000 - p)] = \ln(100\,000)^2$ $\quad$ $p^* \simeq 9820$

c) prime $= 10\,000 - 9820 = 180$

↳ $2064 - \cancel{240}p + p^2 = 0$

↳ $\Delta = -220^2 - 4(1)(2064$

EXERCICE 5 $\quad C_2 = (y_1 - c_1)(1+I)$

a) $\begin{cases} \max & u(c_1) + \overbrace{E\,U(c_2)}^{*} \; * \\ sc & c_2 = (y_1 - c_1)(1+I) \end{cases}$ $\quad * = U(c_1) + \overbrace{\sum_k p_k\, u(y_1 - c_1)(1+I_k)}^{*}$

b) CPO $\dfrac{\partial [u(c_1) + E(c_2)]}{\partial c_1} = u'(c_1) - \sum p_k\, U'((y_1 - c_1)(1+I_k)) = 0$

$[u(f(x))]' = f'(x)\, u'(f(x))$

CSO $\quad u''(c_1) + \sum_k p_k\, u''(y_1 - c_1)(1+I_k) < 0$

c)

$\Leftrightarrow u''(c) \leq 0 \quad \forall c$

d) $\quad u(c) = \dfrac{c^{1-\gamma}}{1-\gamma} \quad \gamma > 0$ et $\gamma \neq 1 \qquad u'(c) = c^{-\gamma}$

$c_1^{-\gamma} = \sum_k p_k [(c_1 - y_1)(1+I_k)]^{-\gamma}$

e) $c_1^{-\gamma} = \sum_k p_k [(c_1 - y_1)(1 + \underbrace{\sum p_k I_k}_{E(I)})]^{-\gamma}$

f) Jensen : si f est concave $f\left(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i x_i\right) \geq \sum_{i=1}^{n} \lambda_i f(x_i) \quad \forall \lambda_i \geq 0 \quad \forall x_i \in \mathbb{R}$

ici $f(x) = x^{-\gamma} \qquad f'(x) = -\gamma x^{-\gamma-1} \qquad f''(x) = \gamma(1+\gamma) x^{-(\gamma+2)} > 0$