

Exercice 1.

Soit X une variable aléatoire de densité nulle en dehors de $[-1, 1]$, et dont l'expression pour $x \in [-1, 1]$ est :

$$f(x) = \frac{3}{4} \sqrt{1 - |x|}$$

Déterminer la fonction de répartition de X .

Exercice 2.

Soit X, Y deux variables aléatoires indépendantes et de même loi uniforme sur $] -1, 1[$.

Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire : $Z = Y - X$.

Exercice 3.

Soit (X, Y) un couple de v.a. réelles qui admet pour densité :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{2}, & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \text{ et } 0 \leq y \leq x \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

1. Déterminer la fonction de répartition F de ce couple.
2. Déterminer les lois marginales de X et Y . Ces variables sont-elles indépendantes ?
3. Déterminer la loi conditionnelles de Y sachant $X = x$.