Microéconomie : Incertain et information

Introduction : rappels sur la théorie du consommateur

1. Les préférences du consommateur

- Homo oeconomicus

La théorie microéconomique contemporaine est née à la fin du 19è siècle (**Jevons, Marshall**). En France, la théorie s'est développée avec **Walras** et **Pareto**.

À la fin du 19è siècle, on a commencé à construire une théorie mathématisée du comportement des agents économiques.

En microéconomie, les agents sont caractérisés par leurs préférences, leurs ensembles d'opportunités et leurs choix.

Un agent économique choisi rationnellement. Il sera toujours du côté de la demande quand on parle de consommation et de l'offre lorsqu'on parle de travail (ce sont eux qui offrent leur travail). Ils sont donc à la fois demandeurs et offreurs.

Les marchés sont interdépendants, si on est un consommateur de pâtes, on est un offreur sur le marché du travail.

La définition d'un marché n'est pas non plus facile, *quel est le marché d'eau minérale ? Peut-on dire que Evian, Cristaline et Vittel sont sur le même marché ?* Ce n'est pas évident car le consommateur peut avoir une une utilité différente, donc une demande différente en fonction de la marque.

On doit calculer l'élasticité croisée de la demande, ecq audun le prix d'une cristalline a augmente, la bouteille evian ou vittel est impactée. Deux et sont sur le même marché si l'élasticité de la demande au prix est supérieure à 5%.

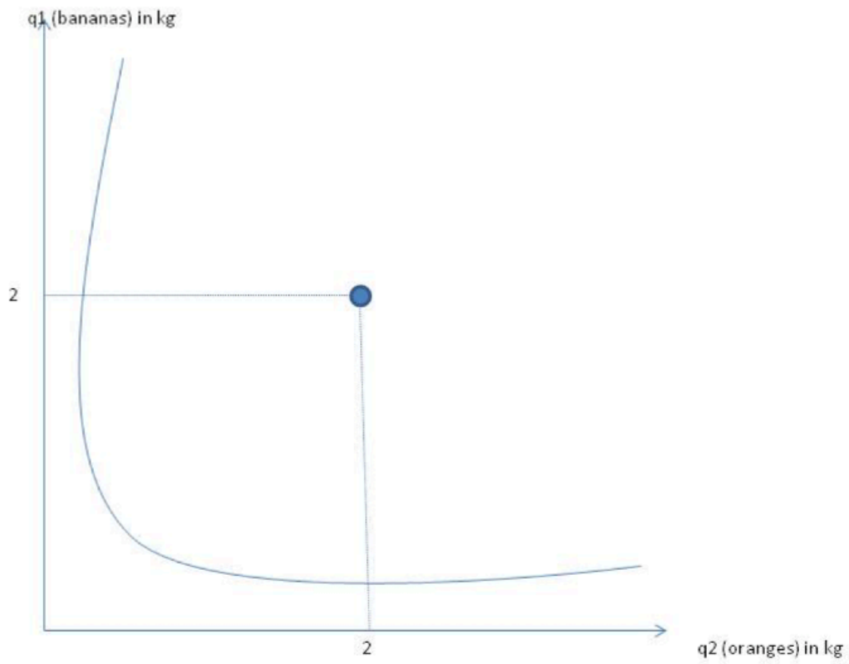
Un bien est défini par ses caractéristiques physiques, sa localisation géographique, la période de consommation.
Par exemple, le blé de printemps (aux USA) est différent du blé d'été, le blé délivré à Paris

est différent du blé délivré à Londres, le blé acheté le 9 mai 2021 est différent du blé acheté le 9 septembre 2021…

Sous forme mathématique, un ensemble de biens ou un panier de biens est un vecteur $(q1,\ \ldots,\ qn)$

Quand il n'y a que deux biens, on peut représenter un panier de biens comme un point sur un plan.

- <u>Ensembles de consommation</u>



On a deux biens. En abscisses, on a la quantité d'oranges et en ordonnées, celle de bananes. Le point bleu représente une certaine quantité de bananes et d'oranges.

L'ensemble de consommation désigne tout ce qui est disponible pour un consommateur, *quel est l'ensemble dans lequel le consommateur va choisir ?*

L'ensemble de consommation doit être au-delà du degré de survie, on ne doit pas être trop proche de 0.

- <u>Relation de préférences</u>

Les agents économiques ont des préférences sur les paniers de biens.

On connaît parfaitement les vecteurs de bien dans lesquels on choisit nos biens de consommation (univers certain). A priori, les relations de préférence sont ordinales. Il n'y a pas de mesure, simplement, on sait choisir entre deux paniers de biens.

Mathématiquement, une préférence est une relation binaire $\succeq$ sur l'ensemble de consommation Q

La notation : "$q \succeq q'$" signifie que le panier de biens q est au moins aussi bon que q'

La notation : "$q \succ q'$" signifie que le panier de biens q est meilleur que q'

La notation : "$q \sim q'$" signifie que le panier de biens q est équivalent au panier de biens q' (ou que le consommateur est indifférent)

Relation binaire ⟶ façon de classer tous les paniers de biens que l'on a.

- <u>Complétude des préférences</u>

En microéconomie, un individu rationnel est un individu pour lequel la relation de préférence satisfait plusieurs propriétés.

Parmi, elle, on a la propriété de complétude.

Cela signifie que le consommateur peut toujours classer deux paniers de biens, on peut toujours comparer x et y.

C'est une hypothèse forte car certains paniers de biens sont difficiles à classer (comme des polices d'assurance ou des plans d'épargne et de retraite..), et le consommateur peut s'avérer incapable de les classeer. L'incapacité à choisir, c'est-à-dire le fait de ne pas être capable d'ordonner des paniers de biens, ce n'est pas la même chose qu'être indifférent.

- <u>Transitivité des préférences</u>

- La relation de préférence $\succeq$ est *transitive* si, pour tous paniers de biens q, q' et q'', si $q \succeq q'$ et $q' \succeq q''$, alors $q \succeq q''$.

Q > Q' ⇒ tous les composants de q sont au moins aussi grands que q' et s'il en existe au moins qui est plus grand sous q que sous q'.

Dans la réalité, les préférences ne sont pas forcément transitives si elles impliquent des choix fondés sur des bases psychologiques différentes (par exemple, week-end à Venise ou au ski, week-end au ski ou anorak).

→ *La pompe à argent (exemple)*

- Si les préférences ne sont pas transitives, les agents économiques peuvent être exploités en utilisant une pompe à argent (en anglais money pump ou Dutch book). Supposons qu'un agent (A) ait des préférences données par: $q \succeq q'$, $q' \succeq q''$ et $q'' \succeq q$. L'agent possède actuellement le panier de biens q. Un autre agent (l'escroc) (E) acquiert q'' et q' et échange q'' pour q (avec de l'argent). A ce moment, A possède q'' et E possède q' et q''. E lui propose alors d'échanger q' pour q'' (avec de l'argent). A cette étape, A possède q', C possède q, q'' et échange q pour q' (avec de l'argent). A l'étape suivante, A possède q, E possède q', q'', comme dans la situation initiale, et le jeu continue..

- Préférences symétriques et anti-symétriques

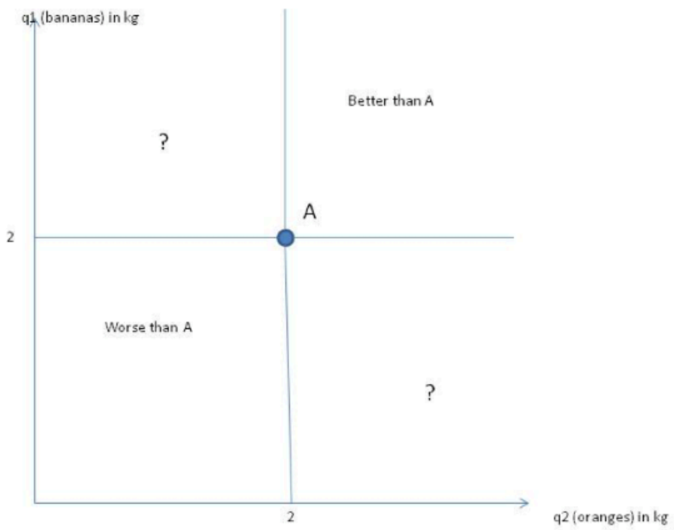
- La relation de préférence $\succeq$ est *symétrique* si $q \succeq q$
- La relation de préférence $\succeq$ est *anti-symétrique* si $q \succeq q'$ et $q' \succeq q$ impliquent $q = q'$.
- Comme la relation "est aussi bon que" autorise l'indifférence, la relation est symétrique
- On peut décomposer $\succeq$ en un *composant symétrique* –la relation d'indifférence $\sim$ et un *composant asymétrique* – la relation de préférence stricte $\succ$

- Monotonie des préférences

- Il y a plusieurs notions d'ordre sur les vecteurs:
- $q \gg q'$ si $q_1 > q'_1$ et $q_2 > q'_2$
- $q > q'$ si $q_1 \geq q'_1$ et $q_2 \geq q'_2$ et soit $q_1 \neq q'_1$ soit $q_2 \neq q'_2$
- $q \geq q'$ si $q_1 \geq q'_1$ et $q_2 \geq q'_2$.
- La relation de préférence $\succeq$ est *monotone* si $q \succ q'$ quand $q > q'$.
- La monotonie correspond à l'idée de "gloutonnerie" (greed en anglais). L'agent préfère toujours plus à moins. Ce n'est pas toujours vérifié dans la réalité (par exemple on ne veut pas boire trop d'alcool ou avoir trop de voitures dans Paris..)
- Comme il y a plusieurs notions d'ordre possibles sur les vecteurs, il y a d'autres définitions de monotonie.. (par exemple $q \succeq q'$ quand $q \geq q'$), mais elles sont moins naturelles que la définition proposée..

Cette hypothèse de monotonie nous permet de classer un panier de biens par rapport à d'autres paniers.

- Comparer les paniers de bien



Ici, par l'hypothèse de monotonie, je sais classer deux paniers de bien : le panier de bien en bas à gauche est moins bon que le panier A car il y a toujours moins de un des deux biens. On peut aussi classer au nord est, ils sont toujours meilleurs que le panier A car ils ont toujours plus que le panier. Mais, nous ne sommes pas capables de classer les points d'interrogation, on a plus d'un des biens mais moins de l'autre. C'est dans cet espace que va passer la courbe d'indifférence, c'est une façon de décrire tous les paniers de biens exactement identiques pour le consommateur au panier de bien A.

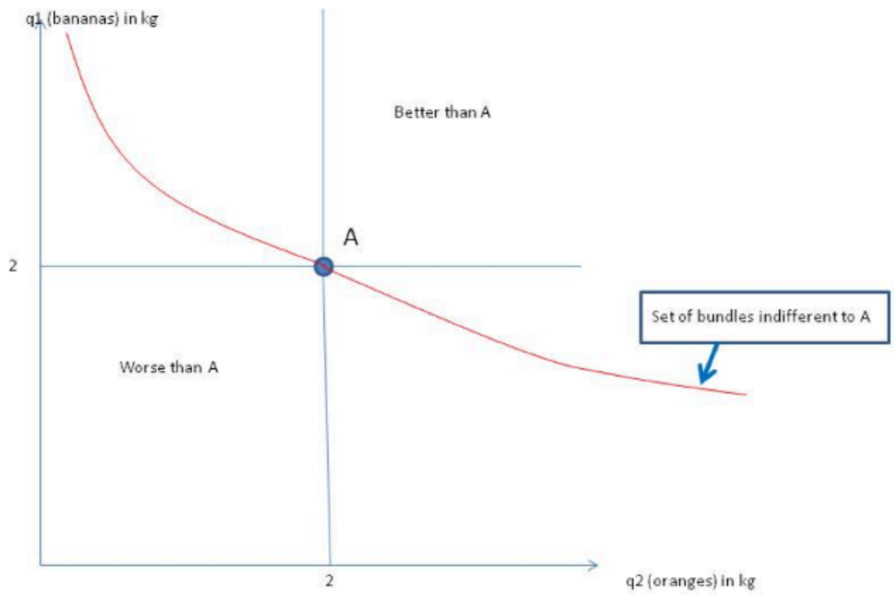
- <u>Les courbes d'indifférence</u>

- La monotonie nous permet de classer les paniers (q, q') pour lesquels $q > q'$ mais il existe beaucoup de paniers pour lesquels on n'a ni $q > q'$ ni $q' > q$.
- Ce sont les paniers tels que $q_1 > q'_1$ mais $q'_2 > q_2$.

Pour pouvoir classer ces paniers, on doit avoir une idée de l'intensité des préférences sur les deux biens.

Un instrument utile est la courbe d'indifférence, qui relie tous les paniers de biens entre lesquels les consommateurs sont indifférents.

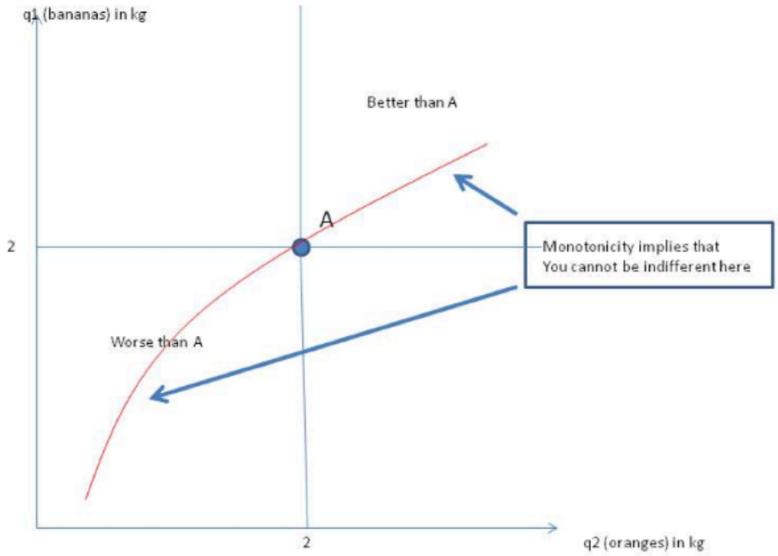
Les courbes d'indifférence n'existent pas dans la réalité, il est difficile de tracer les courbes d'indifférence de quelqu'un, car il est difficile de lui poser suffisamment de questions pour savoir quels sont les points auxquels il est indifférent.



La courbe d'indifférence est ici tracée en rouge.

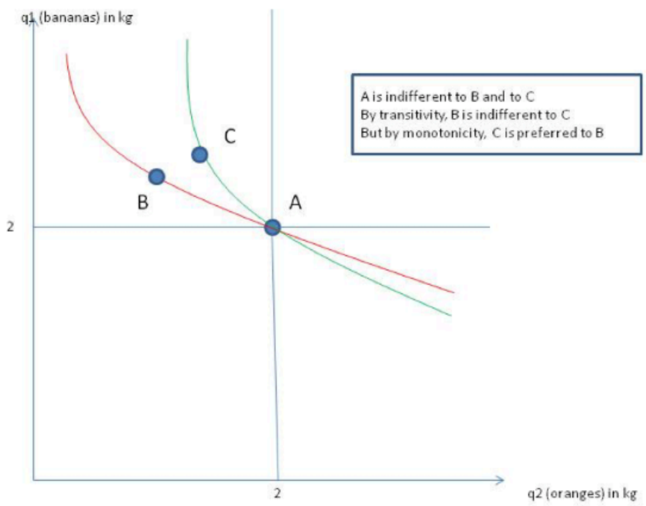
Une fois qu'on a tracé la carte d'indifférence, on sait tout sur le consommateur, c'est ce qui décrit un conso dans la théorie micro classique.

- Les courbes d'indifférence sont toujours décroissantes



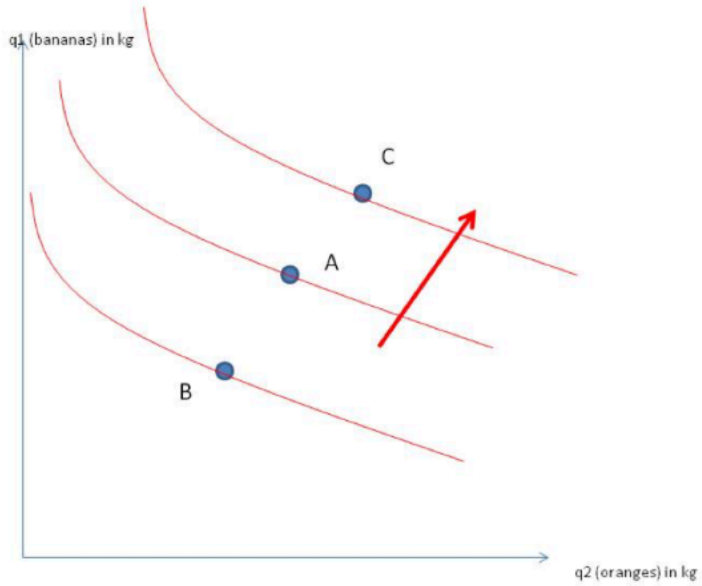
On a deux biens : si on a un mal et un mal (exemple : pollution/crime), on aurait le même effet mais un mal avec un bien (exemple : argent/pollution), les courbes d'indifférence deviennent croissantes.

- Les courbes d’indifférence ne peuvent pas se croiser



Si elles se croisent au point A, par transitivité, on aurait eu B indifférent à C, ce qui contredit l’hypothèse de monotonie car C a plus de biens que le panier B.

- Cartes d'indifférence



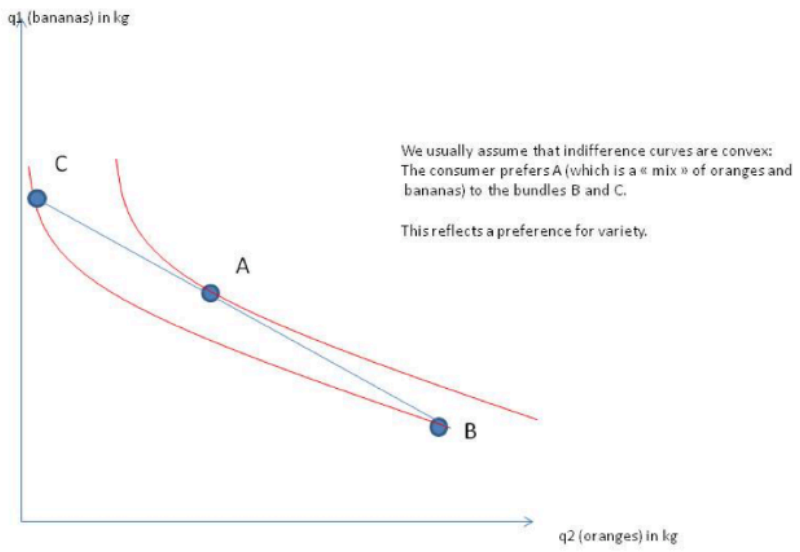
On trace les courbes d'indifférence qui passent par tous les paniers A.

Comme les courbes d'indifférence ne peuvent pas se croiser, on obtient une collection de courbes d'indifférence "parallèles".

C'est ce qu'on appelle la "carte d'indifférence" du consommateur.

Les paniers au nord-est d'une courbe d'indifférence sont toujours meilleurs : l'utilité augmente quand on va vers le nord-est.

- Convexité des courbes d'indifférence

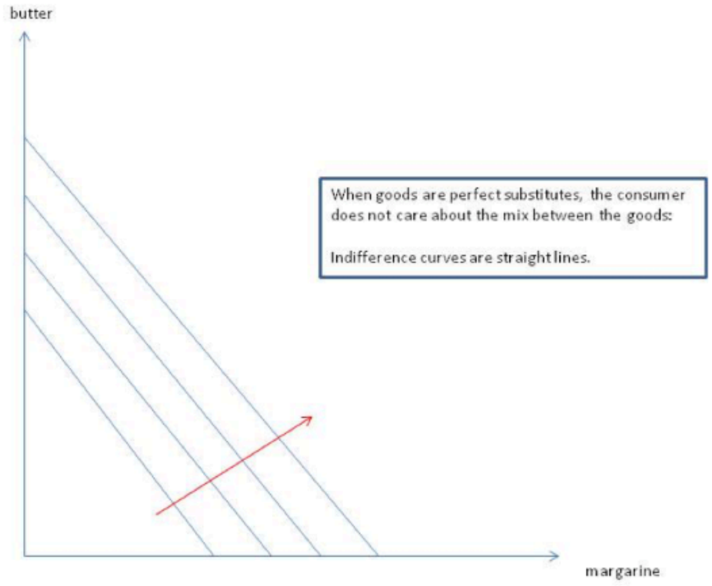


Plusieurs interprétations : goût pour la diversité (panier de biens plus équilibré), correspond aussi au fait que notre utilité marginale est décroissante.

On suppose d’habitude que les courbes d’indifférence sont convexes, ce qui reflète une préférence pour la variété.

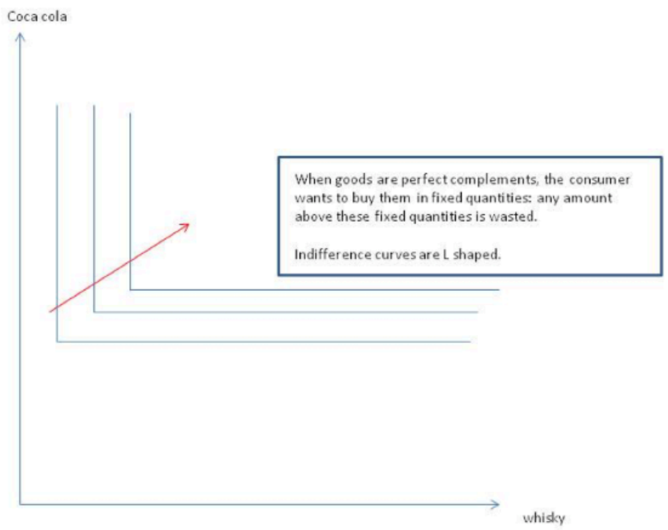
Toutefois, il existe des situations où les courbes d’indifférence sont plutôt concaves (par exemple on préfère un système informatique qui ne contient que des Mac (ou des PC), une salle de séjour est plus belle si elle ne comporte que des meubles modernes ou des meubles anciens mais pas un mélange des deux..).

- Substituts parfaits

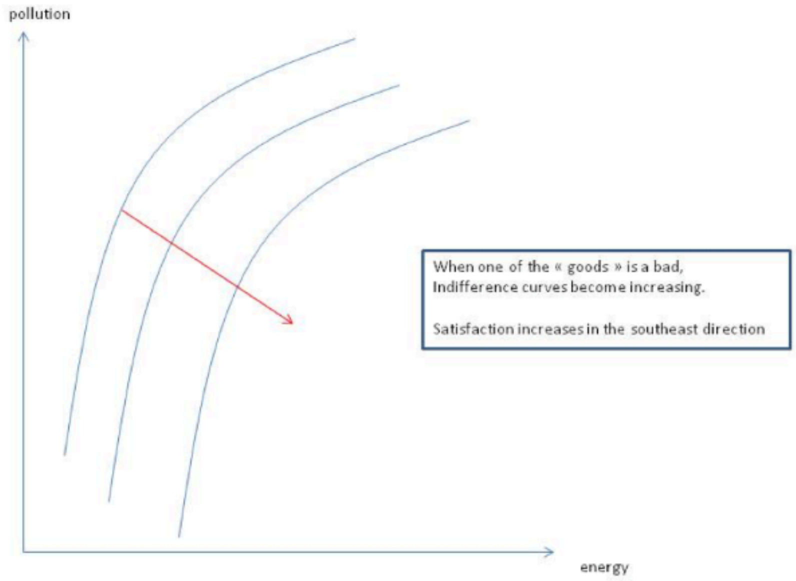


C'est le cas extrême n°1 , les courbes sont droites. Dire que la courbe est une droite veut dire qu'on a aucune préférence pour la diversité, consommer un bien ou l'autre bien ou un mélange des deux, ça ne nous affecte pas, tout ce qui compte c'est la quantté totale. Ce sont des biens identiques dans leurs usages, on les utilise de la même façon (beurre/margarine par exemple).

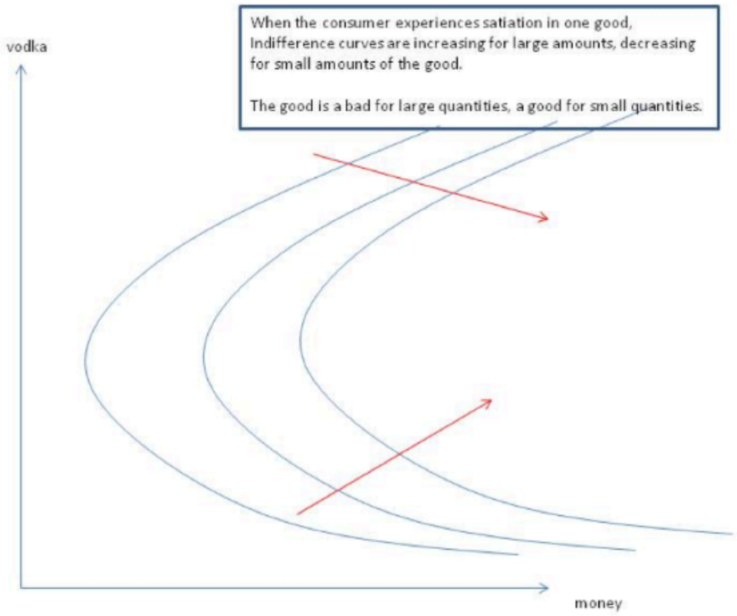
- Compléments parfaits



- Bien et mal



- Satiété



2. Fonctions

- Fonctions d'utilité

La fonction d'utilité u représente la relation de préférence $\succeq$ si

$$q \succeq q' \Leftrightarrow u(q) \geq u(q').$$

Par définition, l'utilité est *ordinale*: si u représente la relation de préférence $\succeq$, alors *toute transformation croissante de u représente la même préférence.*

Pour que les préférences puissent être représentées par une fonction d'utilité, elles doivent satisfaire une condition de *continuité*.

Les préférences *lexicographiques* sont définies comme suit: $q \succ q'$ si $q_1 > q'_1$ ou $q_1 = q'_1$ et $q_2 > q'_2$.

Elles ne sont pas continues et ne peuvent pas être représentées par une fonction d'utilité.

Une façon alternative de représenter les préférences des consommateurs est à travers la fonction d'utilité.

Une fonction d'utilité $u(.)$ assigne un nombre réel à tout panier de consommation q.

Le nombre réel $u(q)$ mesure le niveau de satisfaction du consommateur quand il consomme le panier q.

q est préféré à q' si $u(q) > u'(q)$.

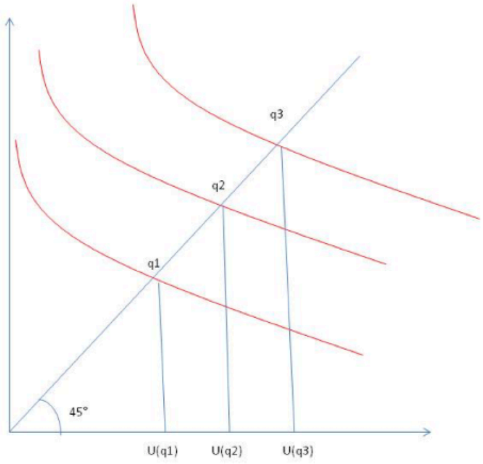
Ce qui est fondamental c'est la relation d'ordre, si on préfère q à q' ou inversement. c'est l'utilité ordinale, la fonction d'utilité compte uniquement dans la mesure où elle permet de comparer q et q'.

On va avoir plusieurs fonctions d'utilité qui représentent la même relation de préférence, on peut prendre n'importe quelle fonction v (transformation croissante de u), ça va représenter exactement les mêmes préférences.

Quand on parle de choix en univers incertain, les fonctions d'utilité ne sont pas ordinales (ce qui compte c'est comment elle classe les vecteurs q et q'). Pour les biens parfaitement substituables, la fonction d'utilité $u(x, y) = u(x) + u(y)$ ou $racine\ carrée(x + y)$, ces deux fonctions représentent les mêmes préférences.

Souvent, on parle de l'utilité comme étant une mesure. On peut interpréter l'utilité comme une mesure du niveau de satisfaction du consommateur.

- La représentation des préférences par l'utilité



- <u>Propriétés des fonctions d'utilité</u>

Les préférences sont monotones si et seulement si les fonctions d'utilité sont monotones: $q > q' \Rightarrow u(q) > u(q')$ (ou $q \geq q' \Rightarrow u(q) \geq u(q')$)

Pour exprimer la préférence pour la variété, on considère deux propriétés des fonctions d'utilité:

Concavité (version forte): La fonction d'utilité u est concave, i.e. pour tous q, q' et $\lambda \in [0, 1]$,

$$u(\lambda q + (1-\lambda)q') \geq \lambda u(q) + (1-\lambda)u(q').$$

Quasi-concavité (version faible): La fonction d'utilité est quasi-concave, i.e. pour tous q, q' et $\lambda \in [0, 1]$,

$$u(\lambda q + (1-\lambda)q') \geq \min\{u(q), u(q')\}.$$

Dire que les préférences sont monotones revient à dire que l'utilité est croissante.

- <u>Utilité marginale</u>

L'utilité marginale du bien 1 à q mesure l'augmentation d'utilité quand on ajoute une unité du bien 1 au panier de biens q.

Si la fonction u est différentiable, on calcule l'utilité marginale du bien 1 comme la dérivée partielle de la fonction d'utilité par rapport au bien 1 au point q :

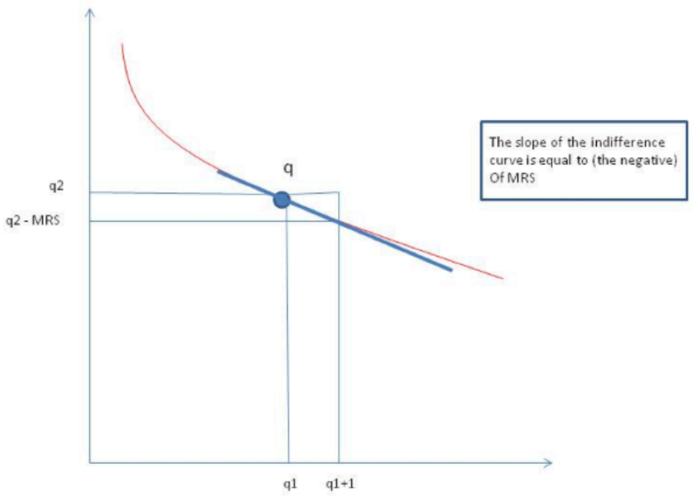
$$MU_1(q) = \frac{\partial u(q)}{\partial q_1} = \lim_{h \to 0} \frac{u(q_1 + h, q_2) - u(q_1, q_2)}{h}.$$

- <u>Taux marginal de substitution</u>

Le taux marginal de substitution (TMS) du bien 2 pour le bien 1 à q mesure le montant du bien 2 que le consommateur est prêt à abandonner pour obtenir une unité supplémentaire du bien 1 au panier q.

Si la fonction u est différentiable, on calcule le taux marginal de substitution de 2 pour 1 comme le ratio des utilités marginales :

$$MRS_{12}(q) = \frac{MU_1(q)}{MU_2(q)}.$$



- <u>Exemples de fonction d'utilité</u>

- *Substituts parfais*: $u(q_1, q_2) = q_1 + q_2$
- *Compléments parfaits*: $u(q_1, q_2) = \min\{q_1, q_2\}$
- *Cobb Douglas*: $u(q_1, q_2) = q_1^{\alpha} q_2^{\beta}$
- *Utilité de substitution constante (CES)*: $u(q_1, q_2) = (q_1^{\rho} + q_2^{\rho})^{\frac{1}{\rho}}$
- *Stone Geary*: $u(q_1, q_2) = (1 + q_1)(1 + q_2)$

3. <u>Ensembles de budget</u>

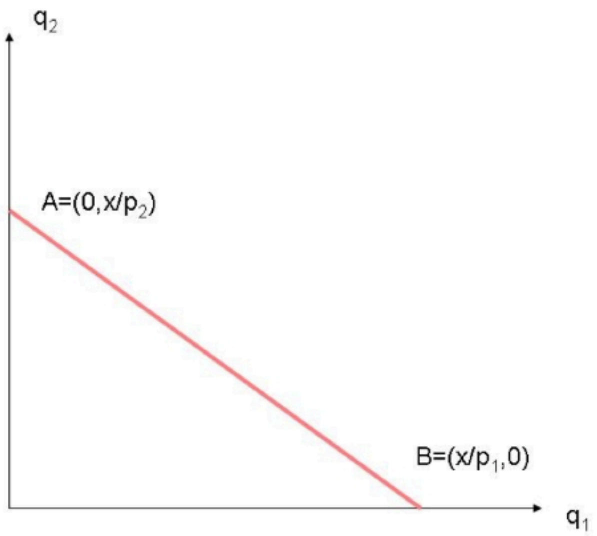
- <u>Ensembles d'opportunité</u>

Les ensembles d'opportunités sont représentés le plus souvent par des contraintes budgétaires linéaires.

- Les consommateurs choisissent des quantités q_i, $i = 1, 2, ..., n$ de n biens
- Les prix sont donnés par $p_i, i = 1, 2, .., n$
- Le revenu est donné par x,
- La contrainte budgétaire linéaire:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i q_i \leq x,$$

- <u>Ensemble de budget linéaire</u>



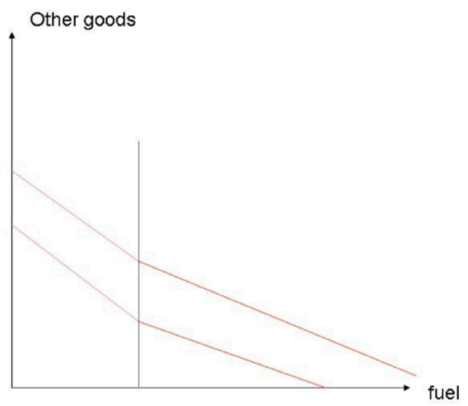
- <u>Ensemble de budget non-linéaire</u>

Des ensembles de budget non linéaires peuvent apparaître quand il y a des restrictions aux échanges : par exemple, dans une économie de troc ou quand on ne peut pas emprunter sur la base d'un revenu futur.

Des ensembles de budget non linéaires peuvent apparaître quand les agents font face à des prix non linéaires : tarification en deux parties…

De même, un ensemble de budget non linéaire peut apparaître si les revenus sont soumis à des taxations non linéaires.

- Ensemble de budget non linéaire dans une tarification en deux parties



4. L'optimisation du consommateur

- L'optimisation du consommateur

On met maintenant ensemble les ensembles de budget (linéaires) et les préférences.

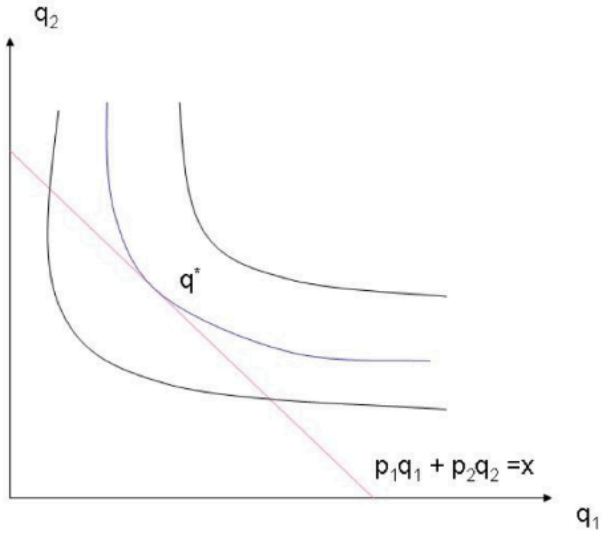
L'objectif est de calculer le choix optimal du consommateur qui fait face à des prix p et reçoit un revenu x.

Problème : choisir q pour

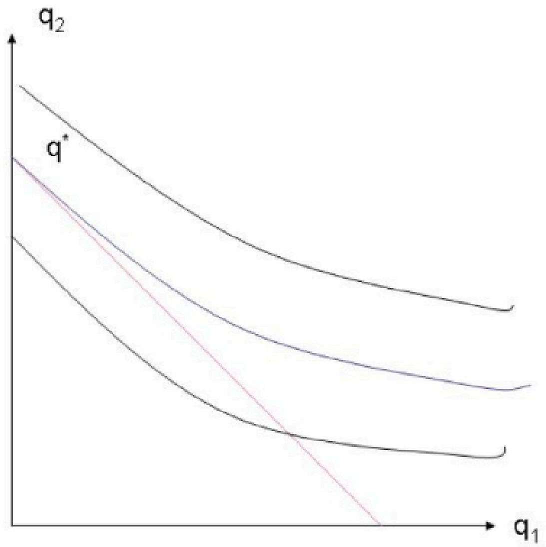
$$\max u(q) \textbf{ sous la contrainte } \sum_i p_i q_i \leq x$$

La solution est appelée la *fonction de demande* $g_i(p, x)$.

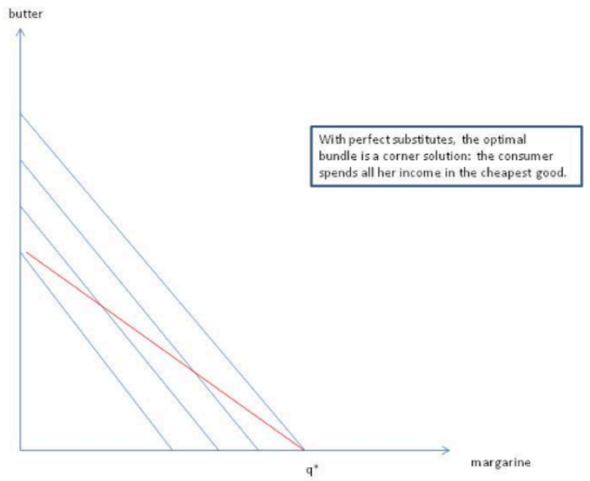
- Le cas standard de l'optimisation du consommateur



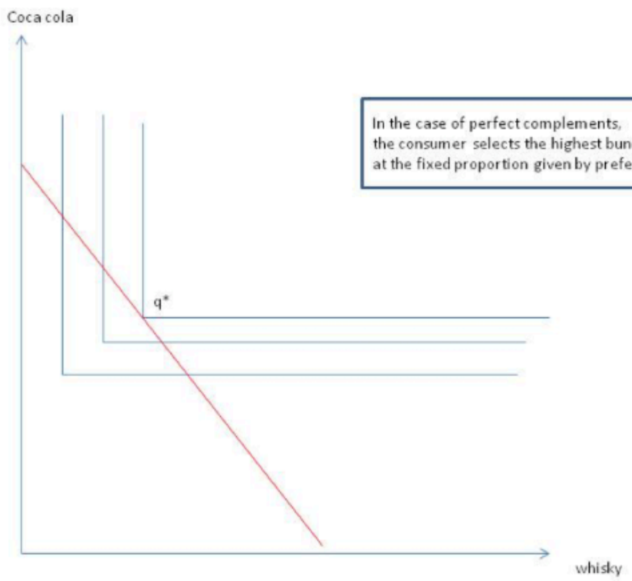
- <u>Optimisation du consommateur, solutions de coin</u>



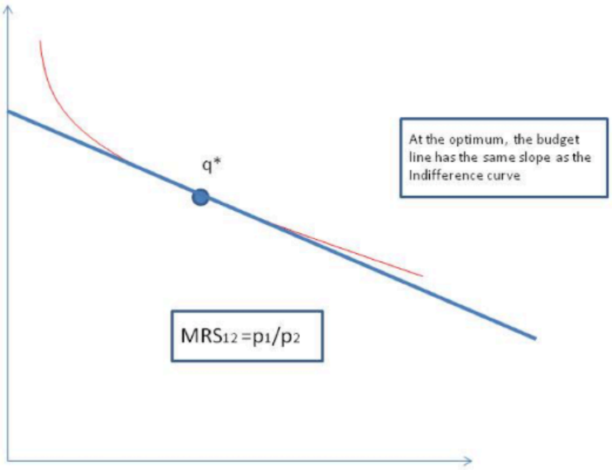
- <u>Optimisation du consommateur, substituts parfaits</u>



- Optimisation du consommateur, compléments parfaits



- Caractérisation dans le cas standard



À l'optimum, la pente de la droite de budget et de la tangente à la courbe d'indifférence doivent être égales :

$$MRS_{12} = \frac{p_1}{p_2}.$$

Le taux d'échange (subjectif) du consommateur doit être égal au taux d'échange (objectif) du marché.

Si $MRS_{12} > \frac{p_1}{p_2}$, le consommateur a intérêt à échanger du bien 2 pour du bien 1.
Si $MRS_{12} < \frac{p_1}{p_2}$, le consommateur a intérêt à échanger du bien 1 pour du bien 2.
Si $MRS_{12} = \frac{p_1}{p_2}$, le consommateur a trouvé un équilibre parfait et ne cherche pas à échanger plus.

Dans le cas standard, la fonction de demande est obtenue en résolvant deux équations :

$$\frac{MU_1}{MU_2} = \frac{p_1}{p_2}$$
$$p_1 q_1 + p_2 q_2 = x.$$

- <u>Un exemple, Cobb-Douglas</u>

- $u(q_1, q_2) = q_1 q_2$
- Les deux équations sont:

$$\begin{aligned} \frac{q_2}{q_1} &= \frac{p_1}{p_2}, \\ p_1 q_1 + p_2 q_2 &= x. \end{aligned}$$

- Ou bien:

$$g_1(p, x) = \frac{x}{2p_1}, g_2(p, x) = \frac{x}{2p_2}.$$

- <u>Approche mathématique</u>

- Dans le cas standard, on écrit le Lagrangien

$$\mathcal{L} = u(q) + \lambda(x - pq)$$

- La solution à $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = 0$ donne les fonctions de demande: $g_i(p, x)$
- Et on retrouve la contrainte de budget qui donne $\sum g_i(p, x) p_i = x$ (propriété qu'on appelle la *la loi de Walras*)
- Le multiplicateur de Lagrange λ est interprété comme l'utilité marginale du revenu.

- <u>Approche mathématique, Cobb-Douglas</u>

- $\mathcal{L} = q_1 q_2 + \lambda(x - p_1 q_1 - p_2 q_2)$
- On résoud:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_1} &= q_2 - \lambda p_1 = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_2} &= q_1 - \lambda p_2 = 0, \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} &= x - p_1 q_1 - p_2 q_2 = 0. \end{aligned}$$

- donnant:

$$g_1(p, x) = \frac{x}{2p_1}, g_2(p, x) = \frac{x}{2p_2}, \lambda = \frac{x}{2p_1 p_2}.$$

5. <u>**Préférences révélées**</u>

- <u>Préférences révélées</u>

Dans la réalité, on n'observe pas les préférences mais le choix du consommateur.

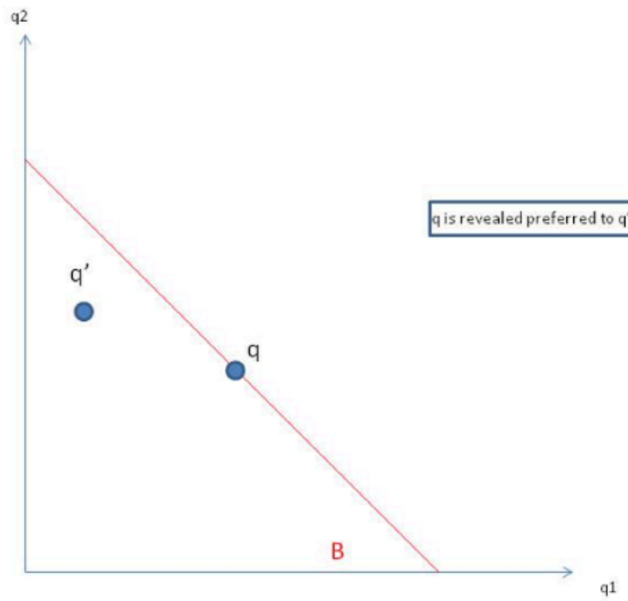
Les choix de consommation sont donnés pour différents niveaux de prix $p1$, $p2$ et différents niveaux de revenu x.

Quand est-ce que ces choix sont cohérents avec les préférences rationnelles des consommateurs ?

- <u>Relation de préférence révélée</u>

Si, pour un ensemble de budget B, deux paniers q et q' peuvent être achetés par le consommateur et que le consommateur choisit q, alors le panier q est révélé préféré à q'. C'est-à-dire : $qRPq'$.

- <u>Préférences révélées, graphique</u>



- <u>Axiome fort et faible des préférences révélées</u>

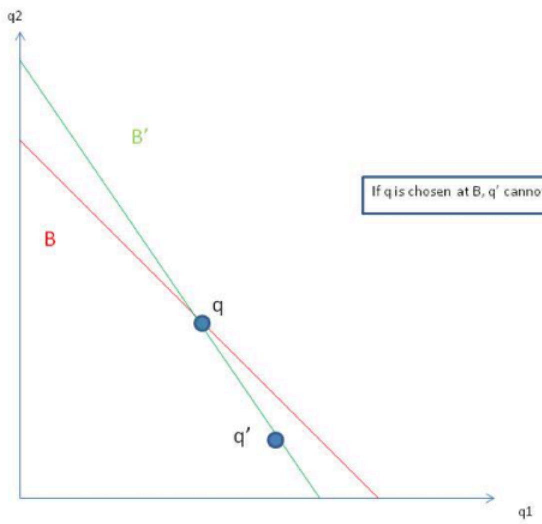
Pour obtenir des choix cohérents (fondés sur des préférences rationnelles), deux axiomes ont été proposés:

L'axiome fort des préférences révélées : La relation de préférence révélée est anti-symétrique : Si q est révélé préféré à q', alors q'ne peut pas être révélé préféré à q.

L'axiome faible des préférences révélées: La relation de préférence révélée est acyclique: si il existe une suite de paniers de biens tels que $q_1 RPq_2, ..., q_{n-1} RPq_n$, alors on ne peut pas avoir $q_n RPq_1$.

L'axiome fort est équivalent à la propriété suivante: Il n'existe pas d'ensembles de budget B et B' tels que le consommateur puisse acheter q et q' aux budgets B et B', q est choisi sous B et q' sous B'.

- <u>Préférence révélée</u>



6. <u>Choix intertemporels</u>

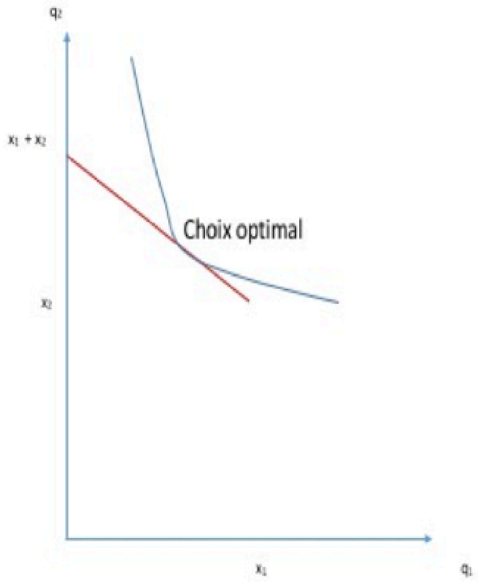
- <u>Choix inter-temporels</u>

On peut interpréter $q1$ et $q2$ comme la consommation aux deux périodes 1 et 2.

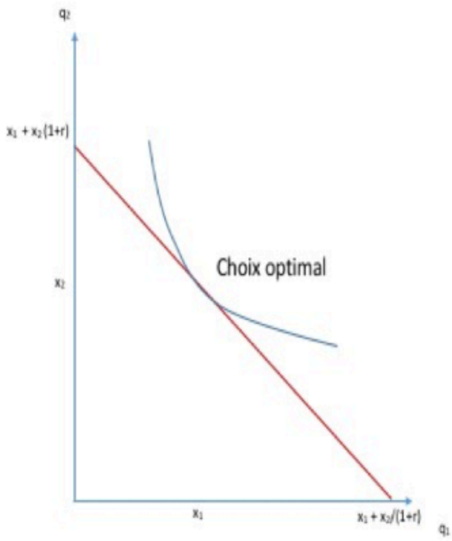
On écrit $x1$ et $x2$ les revenus aux deux périodes 1 et 2.

En l'absence de marchés financiers permettant de transférer le revenu d'une période à l'autre, le consommateur est contraint de consommer au point $(x1, x2)$.

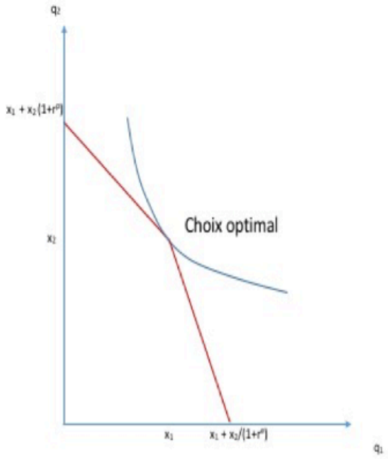
- <u>Choix intertemporel avec épargne</u>



- <u>Choix inter-temporel avec marchés financiers parfaits</u>



- <u>Choix inter-temporel avec marchés financiers imparfaits</u>


q_2
x_2
Choix optimal
x_1
q_1