

Partie 2 : La croissance endogène

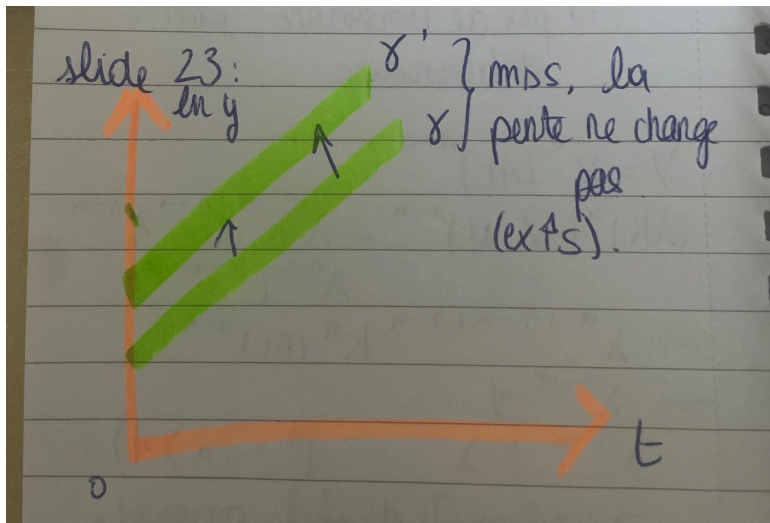
Chapitre 3 : Les modèles de croissance endogène

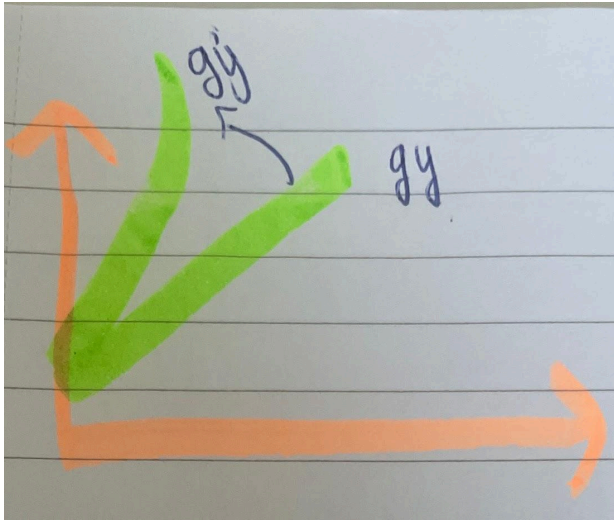
On va aborder des classes de modèles, on a des questions qui se posent à la fin des années 80's, début des années 90's.

On va chercher à expliquer pourquoi on a des écarts de revenu. On s'aperçoit qu'il n'y a pas de rattrapage des pays pauvres envers les pays riches.

Problème soulevé par Paul Romer : accélération de la croissance au cours du temps. Il construit un modèle qui n'explique pas un taux de croissance constant. C'est l'espoir de trouver des politiques qui vont accélérer la croissance.

Ce qui intéresse les théoriciens de la croissance endogène c'est :





Ils cherchent des effets en croissance, on parle aussi d'effets d'échelle (cf deuxième graphique). On veut montrer qu'il est possible d'accélérer la croissance.

Chez Solow, la croissance est une augmentation de A , on cherche à expliquer d'où vient l'augmentation de A .

- Trois catégories de modèles

Les premiers modèles de croissance endogène datent des années 1960 (ex: Arrow). Ils sont repris à la fin des années 1990.

Les modèles AK ont pour caractéristiques de confondre les idées et le capital physique. Ces modèles ont certains défauts. C'est la raison pour laquelle Paul Romer va développer un autre type de modèle (1990) qui est le modèle à variétés de produits. Le stock d'idées (A) vont être associées à des biens intermédiaires, ces derniers étant des biens qui servent à produire le bien final de la fonction de production néoclassique.

À partir de 1991, arrivent les modèles schumpeteriens, qui sont assez proches des modèles à variété de produits mais ils intègrent le fait que les idées peuvent devenir obsolètes.

L'approche de Romer est une approche qui estime que les idées ne meurent jamais, on utilise toujours les idées que l'on a trouvées. C'est remis en cause par les modèles schumpeteriens, il y a de la destruction créatrice, les techniques nouvelles peuvent remplacer les techniques anciennes.

1. Les modèles AK

On va prendre l'exemple de Paul Romer (1986).

C'est un modèle qui s'inspire de Arrow et Hahn.

Ce qui occupe Romer c'est d'abord la question de la convergence, le modèle de croissance optimal vu auparavant prédit une convergence des économies (comme le modèle de Solow), et pour Romer, il n'y a pas de convergence. Il faut expliquer l'absence de convergence.

Il introduit l'idée de l'élévation du taux de croissance au cours du temps. Ici, ce fait stylisé concerne les pays leaders, si on regarde les pays les plus riches à une époque donnée, à travers le temps, leur taux de croissance va être de plus en plus élevé. Autrement dit, le progrès technique s'accélère au cours du temps.

On peut constater empiriquement (sur très longue durée) une élévation des taux de croissance dans les pays leaders (à la frontière de la technologie).

On peut constater empiriquement une absence de convergence à l'échelle mondiale.

TABLE 1
PRODUCTIVITY GROWTH RATES FOR LEADING COUNTRIES

Lead Country	Interval	Annual Average Compound Growth Rate of GDP per Man-Hour (%)
Netherlands	1700–1785	–.07
United Kingdom	1785–1820	.5
United Kingdom	1820–90	1.4
United States	1890–1979	2.3

SOURCE.—Maddison (1982).

On prend les pays leaders, d'après Romer, c'est encore les Pays-Bas (au 17^e siècle). On a un taux de croissance proche de 0. Le siècle suivant, la croissance commence à frémir au Royaume-Uni. À partir de la fin du 19^e siècle, la puissance dominante sont les USA.

TABLE 2
PER CAPITA GROWTH IN THE UNITED STATES

Interval	Average Annual Compound Growth Rate of Real per Capita GDP (%)
1800–1840	.58
1840–80	1.44
1880–1920	1.78
1920–60	1.68
1960–78	2.47

SOURCE.—Raw data are from Maddison (1979).

On voit le fait stylisé dans l'économie américaine.

Empiriquement, la comptabilité de la croissance montre qu'on ne peut pas expliquer la croissance à partir des inputs (capital et travail), il faut introduire l'hypothèse de rendements d'échelle croissants.

$\lambda Y = F(\lambda K, \lambda L)$ (constante)
 \rightarrow pas de croissance, état stationnaire
 $Y = K^\alpha (AL)^{1-\alpha}$
 $(\lambda K)^\alpha (\lambda A \lambda L)^{1-\alpha} = \lambda^\alpha K^\alpha \lambda^{1-\alpha} A^{1-\alpha}$
 $\Rightarrow \lambda^{\alpha + 1 - \alpha + 1 - \alpha} K^\alpha (AL)^{1-\alpha}$
 $\Rightarrow \lambda^{2-\alpha} Y$
 $\lambda^{2-\alpha} > \lambda \quad (\text{si } 2 - \alpha > 1)$
 \Rightarrow rendements d'échelle croissants

On veut expliquer d'où sort A , on va endogénéiser A pour expliquer d'où viennent les rendements d'échelle croissants.

Romer reprend la démarche de Kenneth Arrow, fondée sur l'apprentissage par la pratique. Les rendements croissants viennent de la production d'idées provoquée par l'investissement au sein de chaque entreprise.

Quand on introduit de nouvelles machines, cela conduit les ouvriers à produire de nouvelles idées. Quand le stock de capital physique augmente dans une entreprise, il y a des effets d'apprentissage, on a des gains de compétence donc on est plus efficace. Cet apprentissage correspond à des idées qui ont une certaine propriété : elles sont **non rivales**.

Ainsi, les bonnes pratiques/idées vont circuler, toutes les entreprises vont en bénéficier. Il y a un effet d'externalité. L'activité de l'individu dans une usine donnée va avoir des effets positifs pour tous les ouvriers dans une autre usine. Il s'agit de modéliser cela et montrer les conséquences pour la croissance.

Le but quand on construit un modèle AK est d'obtenir une fonction de production linéaire par rapport au stock de capital.

⇒ $Y = AK$, cette fonction de production à la forme d'une droite ($y = ax$)

Exemple:

$$Y = KL^\beta, \beta > 0$$

Les rendements d'échelle sont ici croissants:

$$\mu^{1+\beta}Y = (\mu K)(\mu L)^\beta$$

Dans le cas d'un taux d'épargne constant, l'équation d'accumulation du capital par tête est alors la suivante :

$$\text{On a } \dot{K} = sY - \delta K \text{ et } \frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{L}}{L}$$

The image shows two handwritten equations on lined paper. The first equation is $\frac{\dot{K}}{K} = \frac{sY - \delta K}{K} - n$. The second equation is $\frac{\dot{k}}{k} = s \frac{KL^\beta}{K} - \frac{\delta K}{K} - n$.

On obtient l'équation dynamique suivante :

$$\frac{\dot{k}}{k} = sL^\beta - (n + \delta)$$

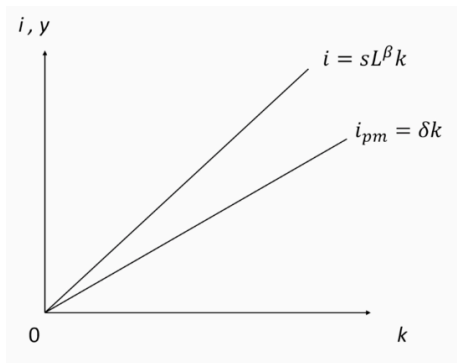
Où

$$\dot{k} = sL^\beta k - (n + \delta)k$$

Si $n = 0$ (la population n'augmente pas), ou si $\beta = 0$, la fonction d'investissement est une droite croissante.

L'investissement et l'investissement de point mort sont deux droites de pente positive, elles passent par l'origine.

Que se passent-il si $sL^\beta > n + \delta$ et $n = 0$?



La fonction d'investissement est désormais une droite croissante. Il n'y a plus de point d'intersection, donc il n'y a plus d'état stationnaire.

Si le capital par tête est strictement positif, la croissance démarre et ne s'arrête pas. On est dans une économie sans progrès technique, en dépit de l'absence de progrès technique, on a une croissance infinie. Ce qui augmente de manière infinie c'est le capital/tête.

Concernant le taux de croissance, si $n = 0$ ou si $\beta = 0$, alors il est constant. C'est un taux de croissance positif et constant. C'est une croissance régulière, équilibrée. La croissance, quand elle existe, elle est infinie, et est équilibrée.

Si $n > 0$, l'écart entre l'investissement et l'investissement de point mort augmente, ainsi, la croissance s'accélère.

$$\dot{k} = sL^\beta - n + \delta$$

$n > 0, L^\beta$

C'est une croissance qui s'accélère, pas une croissance régulière.

C'est un effet d'échelle c'est-à-dire que le taux de croissance dépend de la taille de la population, de l'échelle de la population, si elle augmente, la croissance s'accélère.

L'économie se place d'emblée sur son sentier de croissance équilibrée, on n'a pas de phase de convergence, à partir d'un stock de capital par tête initial donné, vers ce sentier.

Donc un pays pauvre et un pays riche ayant la même technologie et le même taux d'épargne et ne se différenciant que par leur stock de capital initial ont toujours le même taux de croissance.

Autrement dit, il n'y a aucun mécanisme de convergence qui permettrait au pays pauvre de rattraper en niveau le pays riche, il y a persistance des écarts initiaux. S'ils ne démarrent pas au même endroit, ils ne vont jamais converger, même si les deux s'enrichissent.

On a deux problèmes fondamentaux :

Comment expliquer la présence au niveau macroéconomique de rendements d'échelles croissants ?

Comment rendre compatibles ces rendements croissants avec l'existence d'un équilibre concurrentiel ?

En 1986, Romer explique l'existence d'externalités liées à l'investissement en capital physique.

M entreprises identiques (indiquées par i) ayant chacune une fonction de production à rendements d'échelle constants (résout le second problème) :

$$Y_{it} = K_{it}^{1-\beta} (A_t L_i)^\beta$$

A_t : progrès technique neutre au sens de Harrod, constitué par le savoir dérivé de l'investissement, commun à toutes les entreprises
Learning by doing de Arrow 1962

$$A_t = \sum_{i=1}^M K_{it}$$

avec $\sum_{i=1}^M K_{it} = K_t$ le stock de capital agrégé

L'important est le fait qu'une entreprise seule ne contrôle pas A car A dépend des décisions de l'ensemble des entreprises.

On a un grand nombre d'entreprises. Les entreprises vivent en concurrence parfaite, elles ne se rendent pas compte des rendements croissants.

Le facteur A est fixe, c'est une donnée.

Les seuls leviers sont K et L donc elle vit dans une économie d'échelles constants.

Pour modéliser l'effet d'apprentissage, on pose que le stock d'idées est égal à la somme des capitaux utilisés par les entreprises (capital physique). Si elles utilisent plus de capital, alors il y a plus d'idées pour travailler, on va être plus efficace donc A augmente.

Quand le stock de capital augmente, des idées sont générées, A augmente donc cela rend toutes les entreprises plus efficaces. L'investissement d'une seule entreprise va améliorer l'efficacité de toutes les entreprises mais l'entreprise à l'origine de ces nouvelles idées ne s'en rend pas compte.

L'efficacité de ses travailleurs dépend de la décision collective d'investissement, c'est une externalité. L'entreprise sous-estime la productivité marginale du capital réelle car elle ne tient pas compte des externalités, et à cause de cela, on ne va pas demander assez de capital, elles ne vont pas être prêtes à payer très cher le capital. Ainsi, les ménages ne vont pas investir autant qu'ils pourraient. Conséquence → sous investissement.

On veut trouver la fonction de production agrégée.

Au niveau agrégé on obtient:

$$Y_t = MY_{it} = MK_{it}^{1-\beta} (A_t L_{it})^\beta$$

$$Y_t = MK_{it}^{1-\beta} K_t^\beta L_{it}^\beta$$

Mais $L_t = ML_{it}$ et $K_t = MK_{it}$ donc on peut écrire :

$$Y_t = M \left(\frac{K_t}{M}\right)^{1-\beta} K_t^\beta \left(\frac{L_t}{M}\right)^\beta$$

$$Y_t = M \left(\frac{1}{M}\right)^{1-\beta} \left(\frac{1}{M}\right)^\beta K_t^{1-\beta} K_t^\beta L_t^\beta$$

$$Y_t = K_t L_t^\beta$$

L'agrégation des fonctions de production à rendement constant génère une fonction de production à rendement croissant pour l'économie.

Par une série de substitution, on est passé à une fonction de production individuelle à une fonction de production agrégée.

On a des rendements d'échelle croissants car on internalise l'externalité, on tient compte du fait que A dépend des décisions concernant le stock de capital.

Avec cette hypothèse de learning by doing traduit par $A = K$, on va avoir des rendements d'échelles croissants et donc une croissance infinie. Le progrès technique est modélisé comme étant l'investissement en capital.

- **Explication économique**

Nous sommes en présence d'un cas d'externalité positive. L'entreprise demande du capital à des travailleurs qui eux ont épargné et donc investi. L'investissement est ici une décision des ménages. À mesure que le capital augmente, cela augmente la productivité du travail de l'ensemble des entreprises.

En effet, l'investissement génère des idées qui rendent plus efficaces les travailleurs, les idées sont non rivales (et non excluables ici) qui se diffusent à toutes les entreprises.

L'entreprise qui investit de façon isolée ne peut pas contrer la productivité marginale décroissante de son capital.

Mais les investissements combinés de toutes les entreprises ont cet effet.

Le **problème de l'économie peut être envisagé de deux façons du point de vue de la production**. On peut avoir deux équilibres :

- Approche décentralisée : chaque entreprise cherche à maximiser ses profits dans son coin sans avoir conscience que ses décisions influencent la situation des autres entreprises. On arrive à un taux de croissance plus petit que si on a un planificateur bienveillant.
- Approche en terme de planificateur bienveillant : un agent fictif maximise les profits du secteur productif (décide du niveau de production) en s'appuyant sur la fonction de production agrégée qui reflète l'existence de rendements d'échelle croissants (internalisation de l'externalité).

On peut croiser ces conditions de maximisation des profits avec la condition de maximisation de l'utilité d'un consommateur représentatif telle que nous l'avons vue dans le chapitre sur le modèle de croissance.

On va croiser deux décisions : la décision concernant l'offre de capital (des ménages) et la demande de capital (des entreprises).

- D'après la condition de maximisation des profits on doit avoir

$$F'_K = r + \delta$$

Dès lors qu'on cherche à maximiser les profits, cela implique que la productivité marginale du capital soit égale au coût de location du capital pour l'entreprise.

Cela conduit à deux conditions de maximisation des profits selon les perspectives adoptées.

i) Planificateur bienveillant (sa condition de maximisation des profits)

Le planificateur a une vue d'ensemble de l'économie. Il calcule F'_K en dérivant la fonction de production agrégée de l'économie par rapport à K : $Y_t = K_t L_t^\beta$

D'où $F'_K = L_t^\beta = r + \delta$

$$\Rightarrow r = L^\beta - \delta$$

ii) Solution décentralisée (condition de maximisation des profits des entreprises)

L'entreprise type considère que A est fixe. Elle dérive sa fonction de production individuelle: $Y_t = K_{it}^{1-\beta} (AL_{it})^\beta$

D'où $F'_K = (1 - \beta) K_{it}^{-\beta} (AL_{it})^\beta$ mais $A = K$ et $K_i = K/M$

$$\Rightarrow F'_K = (1 - \beta) K^{-\beta} K^\beta L^\beta$$

$$\Rightarrow r = (1 - \beta) L^\beta - \delta$$

Elles ne connaissent pas la fonction de production agrégée et A , pour elles, ce n'est pas quelque chose que l'on peut bouger, A est fixe, on revient à la fonction de production individuelle.

En comparant les deux résultats, le taux d'intérêt est le prix que le producteur veut payer pour la quantité de capital qui va maximiser son profit. On constate que le planificateur est prêt à payer un prix plus élevé pour le capital car le stock de capital va aussi servir à améliorer l'efficacité des travailleurs de manière indirecte.

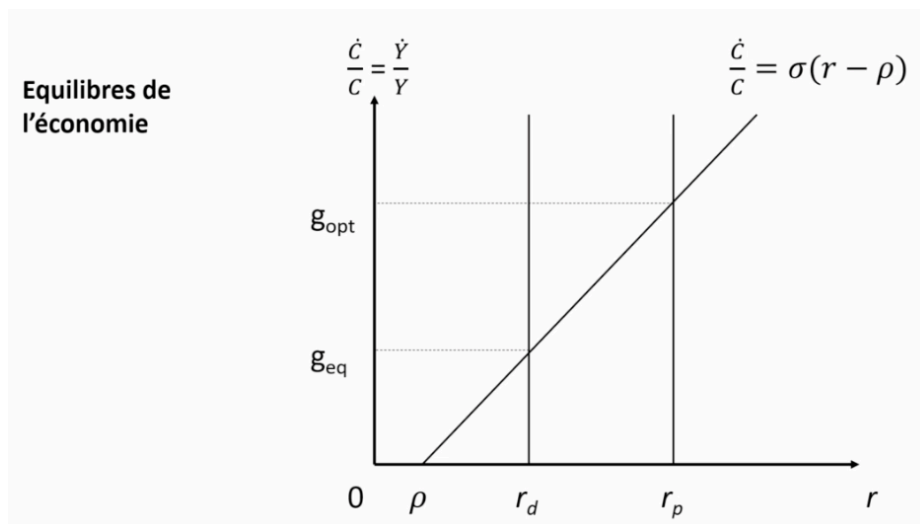
On a aussi le point de vue des ménages qui est décrit par la règle suivante (équation d'Euler) :

- Condition de maximisation de l'utilité des ménages: $\frac{\dot{c}}{c} = \sigma(r - \rho)$

Le taux de croissance de la consommation va être considéré comme une fonction du taux d'intérêt. Le sens de cette relation est croissante car la consommation future va augmenter davantage, le taux de croissance de la consommation augmente quand le taux d'intérêt augmente. Cela suppose que l'effet de substitution l'emporte sur l'effet de revenu.

On fait comme si σ était linéaire.

On représente les deux équilibres dynamiques de notre économie :



Si le taux d'intérêt est nul, on a quelque chose de négatif. Plus il augmente, plus la croissance de la consommation est positive.

On a deux droites qui sont les conditions de maximisation des entreprises et du planificateur. Elles ne dépendent pas du taux de croissance de la consommation donc elles sont constantes. Le taux d'intérêt exigé est le même quel que soit le taux de croissance de la consommation.

À l'intersection, on a l'équilibre de l'économie :

- g_{opt} pour le planificateur
- g_{eq} pour les entreprises individuelles.

On constate que l'équilibre décentralisé implique un taux de croissance inférieur au taux de croissance choisi par le planificateur c'est-à-dire un niveau d'investissement inférieur.

Les entreprises ne demandent pas suffisamment de capital car elles ne tiennent pas compte du bénéfice social de leurs décisions.

Quelle serait la solution de politique économique pour s'approcher de l'optimum social ?
⇒ Subventionner l'investissement en capital physique qui serait égal à l'écart entre les deux équilibres.

On a vu un premier type de modèle, on linéarise une fonction de production en supposant que $A = K$. On a des effets d'échelle, si la population augmente, la croissance s'accélère.

2. Les modèles à variété de produit

Paul Romer 1990.

Romer propose un autre modèle en 1990 qui est davantage le modèle de base de la littérature sur la croissance endogène.

Il se pose les questions suivantes : **D'où vient le progrès technique ? Risque-t-il de s'épuiser ?**

Pourquoi ne se contente-t-on pas du modèle précédent ?

L'accumulation du capital et l'innovation doivent être distinguées. On va chercher une façon de modéliser la croissance de A qui sépare plus clairement le stock d'idées et le stock de capital.

L'innovation est une activité économique spécifique, particulière, motivée par le profit et choisie par les individus, un choix optimisateur.

La part de la population active qui participe à l'activité de recherche est une variable endogène du modèle. Il y a des individus qui souhaitent être chercheurs car ils trouvent cela plus rentable que d'être des travailleurs.

Le rythme du progrès technique dépend de la part des individus qui choisissent de devenir des chercheurs (d'idées). C'est une part endogène que l'on va chercher à expliquer.

Ce modèle n'est pas un modèle AK. L'idée n'est plus de parvenir à $\alpha = 1$ dans la fonction de production mais de détailler les déterminants du taux de croissance de l'efficacité du travail.

L'économie des idées implique la prise en compte de la concurrence imparfaite (**Dixit et Stiglitz 1977**). Dès lors qu'on a des externalités, surtout des chercheurs qui essaient d'innover, il est logique de penser qu'il y ait de la concurrence imparfaite, on doit la prendre

en compte dans l'analyse. Elle va ici être associée aux brevets, si j'ai une idée, je vais la faire breveter. Elle devient donc excluable, cela donne naissance à un monopole. On va avoir des monopoles dans notre économie.

Comment on endogénéise le progrès technique ? L'approche consiste à supposer que l'innovation prend la forme de l'invention de nouveaux produits intermédiaires. Chaque idée est le plan d'un nouveau bien intermédiaire. Plus la variété de biens intermédiaires est importante, plus le travail devient efficace. On produit avec du travail et des biens intermédiaires, plus la variété de ces outils est grande, plus les travailleurs sont efficaces.

On va produire des biens intermédiaires et avec ces biens, on produit des biens finaux, homogènes.

On a trois secteurs d'activités dans le modèle :

- Secteur de la recherche

⇒ certains individus décident de se spécialiser dans l'innovation. Ils trouvent des idées et la production d'idées est entreprise pour l'appât du gain. S'ils trouvent des idées, ils vont pouvoir la breveter et vendre le brevet. L'appât du gain est le prix du brevet. C'est un choix fondé sur la comparaison entre le salaire et le prix des brevets.

On peut aussi considérer qu'ils deviennent des monopoleurs.

- Secteur des biens intermédiaires

⇒ concurrence imparfaite due aux brevets. L'individu qui a acheté le brevet va avoir un monopole. Les entreprises ont toutes le monopole d'un bien intermédiaire. Elles vont louer du capital aux travailleurs, elles transforment le capital en bien intermédiaire et le vendent aux entreprises qui vont fabriquer le bien final. Quand elles vendent ce bien intermédiaire, elles le vendent à un certain prix; ce dernier va permettre de payer le taux d'intérêt des épargnants (on a loué du capital). Or, on est en situation de monopole, elles vont pouvoir exiger plus élevé que le coût de production du bien intermédiaire. Elles demandent une marge de profit au delà du coût du capital auquel elles empruntent.

- Secteur de production du bien final

⇒ concurrence parfaite.

On produit avec du travail et des biens intermédiaires. Quand on agrège leurs fonctions de production, on a une fonction de production agrégée qui est la même que dans le modèle de Solow.

Dans ce modèle, dès lors qu'on a une fonction de production néoclassique avec des rendements d'échelles constants, on retrouve une équation dynamique fondamentale.

rythme de la croissance = rythme du progrès technique. Mais, le progrès technique va être expliqué par tout le reste du modèle, à l'inverse du modèle de Solow.

On a un stock de capital que l'on accumule, comme dans le modèle de Solow. Ce capital va être traduit en biens intermédiaires, qui sont ensuite utilisés par les entreprises qui produisent le bien final.

Le problème est de savoir combien de biens intermédiaires peut-on produire à partir du stock de capital.

- **La fonction de production agrégée (secteur du bien final)**

- Le stock d'idées A détermine le nombre de biens intermédiaires utilisés dans le secteur de production du bien final et la quantité de production.

$$Y = L_Y^{1-\alpha} \int_0^A x_i^\alpha di \Rightarrow Y = K^\alpha (AL_Y)^{1-\alpha} \text{ avec } K = Ax$$

- On retrouve une fonction de production à rendement d'échelle constant pour un A donné!

⇒ La fonction de production agrégée du secteur des biens finaux est telle qu'on retrouve les conclusions du modèle de Solow concernant le taux de croissance du PIB par tête:

$$\Rightarrow g_Y = g_A = ?$$

Jones remarque que la fonction à rendements constants conduit à des rendements croissants si A est variable comme K et L . Si vous doublez les quantités de tous les facteurs y compris A , la production fait plus que doubler. Cette propriété était déjà à l'œuvre dans le modèle de Solow avec progrès technique bien sûr. Mais, maintenant, il s'agit d'expliquer la variation de A .

L est coupé en deux car on a des ouvriers indicés par Y et des chercheurs indicés par A .

Intégrale → A est le nombre de biens intermédiaires. x_i → quantité de biens intermédiaires que l'on utilise pour la production Y . On a l'idée d'un continuum de biens intermédiaires, ils ne sont pas en nombre fini.

- **La fonction de production d'idées**

Une des nouveautés fondamentales du modèle est l'introduction d'une fonction de production qui précise les déterminants du taux de croissance de l'efficacité du travail A .

- Version la plus simple:

$$\dot{A} = \bar{\gamma} L_A \quad \text{où } L_A + L_Y = L$$

et $\bar{\gamma}$ le nombre d'idées produites par chaque chercheur ou productivité de l'activité de recherche.

- **Externalité de connaissance:** la productivité des chercheurs peut être fonction du stock d'idées déjà découvertes: « être assis sur les épaules des géants » ($\varphi > 0$) ou « effet pêche » ($\varphi < 0$) (« fishing-out effect »)

$$\bar{\gamma} = \gamma A^\varphi \quad \text{où } \varphi > 0$$

- **Externalité de duplication:** la productivité des chercheurs peut être limitée par les découvertes simultanées.

$$\dot{A} = \gamma A^\varphi L_A^\lambda \quad \text{où } 0 < \lambda < 1$$

Externalité de connaissance, peut être positive ou négative mais elle est généralement positive : quand j'accumule des idées, cela facilite la découverte d'idées nouvelles; les chercheurs d'aujourd'hui s'appuient sur des idées déjà trouvées par des chercheurs antérieurs.

Externalité de duplication → Si parmi les chercheurs y'en a toujours qui trouvent la même idée, c'est comme si on avait moins de chercheurs, la productivité diminue.

- **Pour comprendre le processus d'innovation**

Exemple : cas sans externalité de connaissance ou de duplication avec une population de chercheurs constante.

- 100 chercheurs produisent 100 idées: $\dot{A} = \bar{\gamma}L_A = 100 \times 100$

⇒ Dans ce cas, le taux de croissance (de l'économie !) baisse progressivement :

$$\frac{\dot{A}}{A} = \bar{\gamma} \frac{L_A}{A}$$

⇒ Il dépend du nombre d'idées nouvelles relativement au nombre d'idées total.

⇒ Pour sauver la croissance il faut que le nombre d'idées nouvelles (\dot{A}) augmente autant que le stock total d'idées (A) : \dot{A} doit être croissant!

⇒ Comment faire? Solution de Romer : externalité de connaissance positive. Autre option: augmenter L_A ou L !

Ici, on n'a pas d'externalité de connaissance ni de duplication. On obtient un résultat général → si on veut avoir de la croissance, cela ne suffit pas de produire toujours de nouvelles idées. En permanence, on produit un certain nombre d'idées. Mais, dans un contexte comme celui-ci, au bout d'un certain temps, on n'aura pas de croissance. on ne peut pas avoir une croissance soutenue si on produit un nombre d'idées constant. À terme, la croissance disparaît car la hausse du revenu par travailleur dépend du rythme du progrès technique mais ce dernier est le nombre d'idées que l'on produit à chaque instant/stock d'idées. Si le stock d'idées devient très grand, le rythme du progrès technique va tendre vers 0.

A augmente au cours du temps mais la productivité des chercheurs et leur nombre ne changent pas.

Le rythme du progrès technique dans cette économie va chuter, si on produit toujours le même nombre d'idées, alors le rythme du progrès technique est voué à tomber à 0.

Romer pense que le progrès technique s'est accru depuis 200 ans, ici, on a une pensée contraire.

Quelle est la solution ? Le nombre d'idées produites à chaque instant doit augmenter en

permanence, on doit produire toujours plus d'idées. Une façon d'obtenir ce résultat est que le nombre de chercheurs augmente.

Il y a une autre possibilité introduite par Romer, il faut que la population augmente.

Même si la population de chercheurs est constante, on va avoir un progrès technique constant qui ne va pas s'effondrer avec le temps car la productivité des chercheurs augmente (on a introduit une forte externalité de connaissance en supposant que $\varphi = 1$)

On voit apparaître l'effet d'échelle qui dit que désormais, si le nombre de chercheurs augmente, le rythme de la croissance va accélérer. Si on arrive à introduire une réforme qui fait qu'on a plus de chercheurs, normalement cela augmente le rythme de la croissance.

Depuis 300 ans, on a une corrélation entre l'évolution de la population et le rythme du progrès technique.

- **Le taux de croissance endogène dans le modèle de Romer**

Romer (1990) postule $\varphi = \lambda = 1$:

$$\dot{A} = \gamma A L_A$$

On en déduit simplement:

$$\frac{\dot{A}}{A} = \gamma L_A$$

- Le taux de croissance est proportionnel au nombre de chercheurs (effet d'échelle). Si la part des chercheurs dans la population reste constante, alors l'augmentation de la population suffit à faire monter le taux de croissance.

⇒ **Problème: de quoi dépend la part des chercheurs dans la population? Quelle politique peut-on envisager pour accélérer la croissance?**

⇒ Pour répondre à cette question nous allons examiner les choix des différents agents et l'équilibre du modèle.

La croissance démographique va accélérer le rythme de la croissance économique.

- **Parenthèse 1: La distinction taux de croissance de A en transition et à long terme dans le cas général**

La fonction de production d'idée nous donne le taux de croissance du stock d'idée à court terme ou en transition :

$$\dot{A} = \gamma A^\varphi L_A^\lambda \Rightarrow \frac{\dot{A}}{A} = \frac{\gamma L_A^\lambda}{A^{1-\varphi}}$$

- A long terme, le taux de croissance de A doit être constant. Ceci veut dire que le taux de croissance du taux de croissance de A doit être nul. On peut en déduire que :

$$\frac{\dot{A}}{A} = \frac{\lambda n}{1 - \varphi}$$

Ce point sera démontré plus loin. (Cette formule ne fonctionne pas dans le cas considéré par Romer puisque $\varphi = 1$.)

Le rythme du progrès technique va être fonction de trois variables : taux de croissance de la population (+), externalité de duplication (+) et externalité de connaissance (-) .

Si la population est constante ($n = 0$), à long terme, le rythme du progrès technique est nul.

Le nombre de chercheurs à l'état régulier va dépendre de la taille de la population donc si la taille de la population n'augmente pas, alors le nombre de chercheurs n'augmente pas non plus.

C'est une équation de cas général dans lequel on a une externalité de connaissance et de duplication.

Dans une économie démocratique, on considère que n n'est pas quelque chose qui fait l'objet de politiques. Le rythme de la croissance démographique résulte avant tout du choix privé des individus (avoir des enfants ou non). Le gouvernement ne peut pas accélérer le rythme du progrès technique.

Or, ce que Romer étudie en 1990 ce n'est pas le cas général mais ce cas-là :

Il n'y a pas d'effet d'échelle, ce qui compte c'est le rythme auquel le nombre de chercheurs augmente.

Dans ce cas-là, l'État peut accélérer le rythme du progrès technique.

À court terme, le taux de croissance du progrès technique est la fonction de production d'idées divisée par A . Le rythme du progrès technique dépend de la valeur des externalités, du stock de connaissances et du nombre de chercheurs.

À long terme, le rythme du progrès technique dépend de trois paramètres fondamentaux du modèle.

Quand on considère le long terme, le taux de croissance ne dépend plus de la population mais de la croissance démographique.

Si on est dans un pays où la population cesse d'augmenter, $n=0$, la prédiction d'un tel modèle est de dire qu'il n'y a plus de croissance.

La réalité de la croissance démographique dans les pays européens est qu'elle est faible, car la fécondité est très faible. Si on met de côté l'immigration, la population chute considérablement.

Si toute la planète emboîte le cas des pays occidentaux, d'après des modèles comme celui-ci, à terme, la croissance est nulle.

• **Parenthèse 2 : revenu par habitant (sur le sentier régulier) dans le modèle avec fonction de production d'idées**

La structure du secteur du bien final étant inchangée, on peut toujours montrer que :

$$\hat{y}^* = \left(\frac{s_K}{n + g_A + \delta} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

Mais ici

$$\hat{y} = \frac{Y}{AL_Y} = \frac{Y}{A(1-s_R)L} = \frac{y}{A(1-s_R)}$$

Donc

$$y = \hat{y}(1-s_R)A$$

Dans le monde de Romer, il y a deux formes d'épargne: soit j'épargne sous forme de capital, soit j'achète un brevet, le brevet est une autre forme de placement.

On tient compte des travailleurs de l'industrie.

s_R → part de chercheurs dans la population.

On a donc :

$$y^* = \left(\frac{s_K}{n + g_A + \delta} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} (1-s_R)A$$

Où A dépend lui-même de la part des chercheurs à travers la fonction de production d'idée.

$$\text{On a } \frac{\dot{A}}{A} = \frac{\gamma(s_R L)^\lambda}{A^{1-\varphi}}$$

$$\text{D'où } A = \left[\frac{\gamma(s_R L)^\lambda}{g_A} \right]^{\frac{1}{1-\varphi}}$$

Le revenu par habitant dépend positivement de la taille de la population mais elle n'est pas proportionnelle avec des valeurs raisonnables des externalités (λ et φ). Elle dépend aussi de s_R dont l'augmentation permet des effets de niveau (cf. l'exercice dans le chapitre suivant).

À long terme, on sait expliquer le taux de croissance de l'efficacité du travail.

La part de chercheurs a deux influences :

- négative : Ils ne sont pas travailleurs, donc moins d'ouvriers, moins de productions
- positive : plus il y a de chercheurs, plus on est productifs.

Globalement, l'influence positive l'emporte.

• **Le problème du producteur de bien final**

- **Le problème du producteur de bien final**

- La fonction de production fait intervenir un continuum de biens intermédiaires dont l'étendue dépend de l'avancée de la recherche (A):

$$Y = L_Y^{1-\alpha} \int_0^A x_i^\alpha di$$

- On cherche à déterminer les demandes de facteurs de l'entreprise compte tenu des prix des biens intermédiaires et du salaire avec un prix du bien final égal à 1:

$$\max_{L_Y, x_i} L_Y^{1-\alpha} \int_0^A x_i^\alpha di - wL_Y - \int_0^A p_i x_i di$$

Où p_i est le prix des biens intermédiaires.

A est d'abord ici le nombre de biens intermédiaires. Le domaine de biens intermédiaires est limité par A .

Voir feuille 4

- Conditions du premier ordre:

$$w = (1 - \alpha) \frac{Y}{L_Y}$$

$$p_i = \alpha L_Y^{1-\alpha} x_i^{\alpha-1} \quad i \in [0, A]$$

L'entreprise égalise productivité marginale des facteurs et prix des facteurs. Ceci peut nous donner sa demande de travail et sa demande de biens intermédiaires.

- On peut calculer l'élasticité de la fonction de demande inverse de x_i [$p_i(x_i)$] par rapport au prix p_i (utile pour l'étape suivante):

$$p_i'(x_i) = \frac{dp_i}{dx_i} = (\alpha - 1) \alpha L_Y^{1-\alpha} x_i^{\alpha-2} = (\alpha - 1) \frac{p_i}{x_i}$$

$$\frac{p_i'(x_i)x_i}{p_i} = \alpha - 1$$

On fait comme si on n'avait pas d'intégrale.

Pourquoi s'intéresser à cette élasticité ? Les entreprises en situation de monopole ne vont pas tarifier au coût marginal mais au-dessus, on ajoute un taux de marge. Ce dernier peut être déterminé en termes économiques grâce à l'élasticité de la demande au prix. Or, dans ce modèle chaque entreprise qui fabrique un bien intermédiaire est la seule entreprise autorisée à produire ce bien (brevet).

Ces entreprises on va s'intéresser à leur profit, à la façon dont elles fixent leur prix avec leur situation de monopole. Le prix qu'elles vont fixer va dépendre de la demande des entreprises qui produisent les biens finaux, cela dépend de la fonction de demande inverse.

- Le problème du producteur de bien intermédiaire

Chaque entreprise du secteur des biens intermédiaires a acquis un brevet qui lui donne le monopole de la production d'un bien intermédiaire.

L'entreprise produit une unité de bien intermédiaire avec une unité de capital : $x_i = k_i$ est

la fonction de production de bien intermédiaire i .

L'entreprise en situation de monopole connaît la forme de la demande qui lui est adressée et qu'on écrit sous la forme d'une "fonction de demande inverse" c'est-à-dire sous la forme du prix maximum que les demandeurs sont prêts à payer pour une quantité donnée.

- Le monopoleur cherche le niveau de production de son bien qui maximise son profit:

$$\max_{x_i} \pi_i = p_i(x_i)x_i - rx_i$$

- Condition du premier ordre:

$$p'(x)x + p(x) - r = 0$$

$$\Rightarrow p = \frac{1}{1 + \frac{p'(x)x}{p}} r$$

Voir feuille 7

$$\Rightarrow p_i = \frac{1}{\alpha} r$$

Quelle est la signification économique de ce résultat ? Si je vends au coût marginal, je vends mon bien intermédiaire r , or, on est en situation de monopole, on fixe notre prix tel que l'équation nous le dit. J'achète le capital au taux d'intérêt et je le vends plus cher.

Cette condition permet de déterminer le prix d'équilibre, le prix qui va être fixé par le monopoleur en fonction de la quantité.

Dans cette économie, le revenu n'est plus partagé entre le travail et le capital. On a toujours une partie du revenu qui va aux travailleurs (salaires), une partie du revenu qui vont aux gens qui ont accumulé du capital (taux d'intérêt) mais une partie du PIB va rémunérer des idées. C'est ce que traduit le taux de marge, l'intérêt versé aux capitalistes est plus petit car il faut rémunérer les entreprises de biens intermédiaires qui elles-mêmes rémunèrent les chercheurs (via des brevets).

- **Obtention de la fonction de production agrégée dans le secteur du bien final**

La demande de capital des firmes du secteur intermédiaire est égale au stock de capital total de l'économie :

$$\int_0^A x_i di = K$$

On suppose que les entreprises sont identiques donc:

$$\int_0^A x di = K \quad \int_a^b C dx = (b - a)C$$

$$Ax = K$$

$$x = \frac{K}{A}$$

Voir feuille 8

Toutes les entreprises fabriquent des biens intermédiaires dans la même quantité même si elles produisent des biens différents.

Rappel: la fonction de production du secteur du bien final est

$$Y = L_Y^{1-\alpha} \int_0^A x_i^\alpha di$$

On peut alors réécrire cette fonction de production ainsi (à partir de la règle d'intégration rappelée plus haut):

$$Y = L_Y^{1-\alpha} A x^\alpha$$

$$Y = L_Y^{1-\alpha} A \left(\frac{K}{A}\right)^\alpha$$

$$Y = L_Y^{1-\alpha} \frac{A}{A^\alpha} K^\alpha$$

$$Y = K^\alpha (AL_Y)^{1-\alpha}$$

- **Le problème du chercheur**

Tous les individus de l'économie ont ce choix à faire, tous peuvent devenir des chercheurs, tout le monde a le même potentiel.

Le choix va dépendre de la rentabilité des options : si je travaille j'ai un salaire, si je suis chercheur, j'ai le prix du brevet.

Ainsi, il faut évaluer le prix du brevet.

Cela renvoie à un autre arbitrage qui est l'arbitrage que font les épargnants. Ces derniers ont un choix entre deux actifs différents :

- sous forme de capital
- acheter des brevets.

Si tout le monde se livre à cet arbitrage, il doit y avoir une équation d'arbitrage vérifiée. Cet arbitrage fait que normalement la rentabilité des actifs doit être la même. Pourquoi ? Car si le capital rapporte plus, tout le monde va vouloir acheter du capital...

On s'appuie sur cette idée pour écrire la condition suivante :

$$rp_A = \pi + \dot{p}_A$$

Cette égalité est un mécanisme d'équilibre. C'est la conséquence des arbitrages qui ont été faits. Si le capital rapporte davantage, la demande des brevets va baisser, les prix vont baisser et donc les brevets seront plus rentables car on peut avoir des brevets à prix bas

alors que les profits du monopole ne diminuent pas. Cela va finir par augmenter la rentabilité des brevets.

Le prix du brevet est noté p_A . On est face à un individu qui a une richesse qui correspond à p_A . Cette somme peut être placée de deux façons : accumuler du capital, il gagne rp_A .

À gauche, on a ce que gagne l'individu qui accumule du capital avec la ressource qu'il avait. L'autre option est d'acheter le brevet, je deviens alors monopoleur d'un bien intermédiaire, je touche donc les profits de ce monopole (π) mais, ce brevet reste un actif que je peux revendre, je peux choisir de revendre mon actif, mon patrimoine va varier en fonction du prix du brevet. Si la variation du prix de mon brevet augmente, alors je peux m'enrichir grâce au profit et grâce au prix du brevet (qui augmente).

À l'équilibre, ces deux investissements doivent être aussi rentables.

On veut la formule qui détermine p_A .

L'équation d'arbitrage peut-être réécrite sous la forme suivante:

$$r = \frac{\pi}{p_A} + \frac{\dot{p}_A}{p_A}$$

A partir de cette équation, on peut déterminer la valeur du prix du brevet. Le raisonnement est le suivant et s'appuie sur les propriétés de l'état régulier:

- A l'état régulier r est constant (cf. partie 1 du cours) ($=\alpha^2 \frac{Y}{K}$)

- $\frac{\dot{p}_A}{p_A}$ est constant

- π croît au taux n ($\pi = \alpha(1 - \alpha) \frac{Y}{A}$)

- Donc il faut que p_A croisse au taux n . On peut écrire:

$$r = \frac{\pi}{p_A} + n \Rightarrow p_A = \frac{\pi}{r - n}$$

● Détermination de π

Données du problème:

$$(1) \pi = p(x)x - rx ; (2) p = \frac{1}{\alpha} r ; (3) x = \frac{K}{A} ; r = \alpha^2 \frac{Y}{K}$$

En substituant dans (1) on obtient :

$$\pi = \frac{1}{\alpha} \alpha^2 \frac{Y K}{K A} - \alpha^2 \frac{Y K}{K A}$$

$$\pi = \alpha(1 - \alpha) \frac{Y}{A}$$

● Détermination de r

$$(1) p'(x)x + p(x) - r = 0$$

$$(2) K = Ax$$

$$(3) p = \alpha L_Y^{1-\alpha} x^{\alpha-1} \Rightarrow p' = \alpha(\alpha-1)L_Y^{1-\alpha} x^{\alpha-2}$$

$$(4) Y = K^\alpha (AL_Y)^{1-\alpha}$$

En substituant (2) et (3) dans (1) puis en simplifiant pour faire apparaître Y à partir de (4) on peut montrer assez simplement que :

$$r = \alpha^2 \frac{Y}{K}$$

Rq : dans le modèle de Solow on a $r = \alpha \frac{Y}{K}$. Ici la rémunération du capital est plus faible car une partie du revenu agrégé rémunère l'innovation (profits du secteur des biens intermédiaires).

1 → condition de maximisation du profit

2 → fonction de capital agrégé

3 → fonction de demande inverse

4 → fonction de demande agrégée.

- **Détermination de la part des chercheurs dans la population : s_R**

- On pose: $L_A = s_R L \Rightarrow s_R?$

- Problème des travailleurs: travailler dans le secteur des biens finaux pour w ou travailler dans le secteur de la recherche pour w_R ? A l'équilibre les deux rémunérations doivent être identiques (mobilité).

⇒ c'est une fraction de la population active.

On s'intéresse à l'arbitrage des travailleurs.

- Travailleurs de l'industrie : rémunérés à la productivité marginale du travail

$$\Rightarrow w = (1 - \alpha) \frac{Y}{L_Y}$$

- Devenir chercheur

$$\Rightarrow w_R = \bar{\gamma} P_A$$

En égalisant ces deux salaires on peut déterminer s_R (cf Jones page 117):

$$s_R = \frac{1}{1 + \frac{r-n}{\alpha g_A}}$$

Voir feuille 9

- Propriétés du modèle

Quand il y a plus de progrès techniques, alors cela fait monter la part de chercheurs. La rémunération en tant que chercheur dépend du rythme du progrès technique, s'il est plus élevé, cela veut dire que les gens ont plus d'idées donc ils vont pouvoir vendre plus d'idées.

Comme il y a une externalité de connaissance, on va être plus productif, cela joue à deux niveaux.

Si on a une politique qui augmente le progrès technique, alors on augmente les chercheurs dans l'économie.

La part de chercheurs dépend du rythme de la croissance démographique, si elle s'accélère, cela va aussi augmenter la part des chercheurs de manière endogène.

Si la population augmente plus vite, on va trouver plus d'idées, il y a une externalité de connaissances. De plus, quand la taille de l'économie augmente, cela fait qu'on va produire plus, ce qui augmente les rentes \Rightarrow hausse de la demande pour les entreprises en situation de monopole.

voir feuille 10

Mais, si le taux d'intérêt augmente, on n'investit pas dans des brevets, la recherche va être moins rentable. On a intérêt à avoir un rendement du capital faible pour que les individus soient incités à aller vers la recherche.

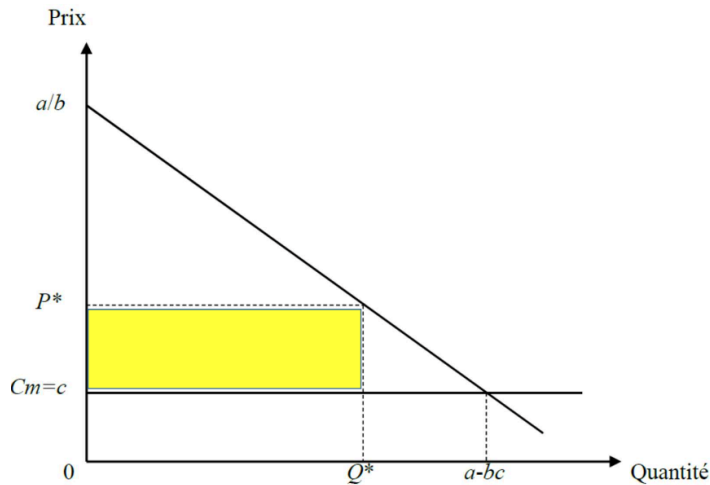
Jones montre qu'on peut relier le rendement du capital au taux d'épargne et quand ce dernier augmente, la part de chercheurs va aussi augmenter. Toute politique qui incite à l'épargne peut accélérer la croissance.

- **Sous-optimalité de l'équilibre**

Dans cette économie, on a un équilibre sous-optimal. Quelles en sont les sources ?

\Rightarrow Les externalités dans le processus d'innovation. Il y a une externalité qui est absente, c'est l'externalité de duplication, la seule qui reste dans le processus d'innovation est l'externalité de connaissance. Quand on augmente A , quand les chercheurs produisent des idées, elles leur permettent un bénéfice privé immédiat (vendre des brevets) mais cette production d'idées a un deuxième bénéfice, un bénéfice social : les chercheurs du futur vont pouvoir produire plus d'idées. Les chercheurs sous-estiment les gains associés à l'innovation. Pour les individus, A est une donnée. Ils ne se rendent pas compte que leurs choix déterminent le niveau de A .

⇒ La concurrence imparfaite. L'institution du brevet crée des situations de monopole. Le monopole engendre une sous optimalité car le surplus total n'est pas maximisé. On limite la production pour augmenter les prix et augmenter son bénéfice.



Concernant l'externalité, on a intérêt à intervenir, il y a une place pour un interventionnisme, il doit subventionner la recherche car cette hausse de la part des chercheurs va accélérer la croissance et générer des bénéfices.

Concernant la concurrence imparfaite, c'est plus compliqué. Cette situation de monopole a aussi un avantage, elle permet de donner un prix au brevet et donc c'est ce qui va inciter les gens à devenir chercheur. Si on supprime la concurrence imparfaite, on supprime les rentes, il n'y a plus de bénéfice associé à la recherche.

Concernant l'ampleur de l'externalité de connaissance, on a le travail de Griliches (1991). Il montre que le taux de rendement social de la recherche des entreprises privées irait de 40% à 60%. Il essaie de mesurer le gain social de la recherche. C'est énorme. Il est très supérieur aux taux de rendement privés habituels. Les externalités positives l'emportent sur les externalités négatives.

→ Cela veut dire qu'il n'y a pas assez de recherche.

- **Solution de politique économique**

⇒ Subventionner la recherche

⇒ Subventionner l'achat de biens intermédiaires.

Dans le modèle de Romer, il est possible d'accélérer la croissance en subventionnant la recherche, en augmentant la part de chercheurs dans l'économie.

